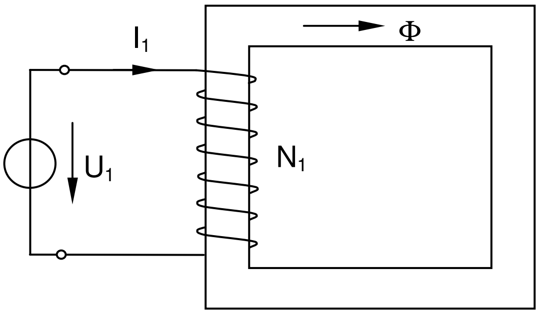
Auf einen Körper mit der Querschnittsfläche A_{Fe} aus leicht magnetisierbarem Material ist eine Spule mit einer Windungszahl N_1 gewickelt. An die Spule ist eine sinusförmige Wechselspannung mit dem Effektivwert U_1 angeschlossen.



Das Kernmaterial sei **ideal** innerhalb der Flussdichtegrenzen $-\hat{B}$ *bis* $+\hat{B}$, die für die Magnetisierung erforderliche Feldstärke H sei dort also **Null**. Außerhalb der gesetzten Grenzen trete die Sättigung nahezu abrupt ein und die Feldstärke und damit auch der Magnetisierungsstrom steigen stark an. *Eine Überschreitung der Sättigungsgrenzen ist daher zu vermeiden.*

Zur Berechnung der dafür erforderlichen Windungszahl geht man zunächst vom Induktionsgesetz aus:

$$u = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{und mit} \quad \Phi = B \cdot A \quad \text{erhält man} \quad u = N \cdot A_{Fe} \cdot \frac{dB}{dt}$$

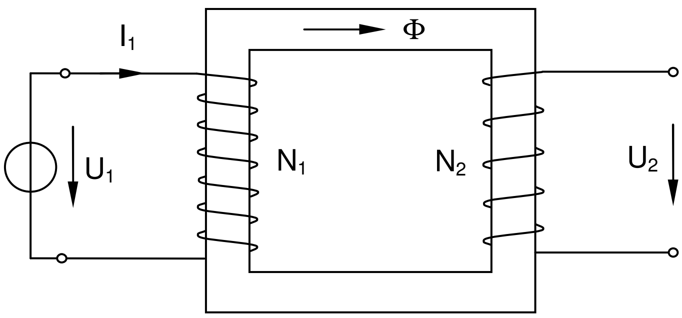
$$u = \hat{u} \cdot \sin\omega t \quad \Rightarrow \quad \hat{u} \cdot \sin\omega t = N \cdot A_{Fe} \cdot \frac{dB}{dt} \quad \Rightarrow \quad \hat{u} \cdot \sin\omega t \cdot dt = N \cdot A_{Fe} \cdot dB \quad \Rightarrow \quad \text{integrieren}$$

$$\frac{\hat{u}}{\omega} \cdot \cos\omega t = N \cdot A_{Fe} \cdot B \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{\hat{u}}{\omega \cdot N \cdot A_{Fe}} \cdot \cos\omega t} \quad \Rightarrow \quad \hat{B} = \frac{\hat{u}}{\omega \cdot N \cdot A_{Fe}} \quad \Rightarrow$$

$$\hat{B} = \frac{U \cdot \sqrt{2}}{2\pi \cdot f \cdot N \cdot A_{Fe}} = \frac{U}{4{,}44 \cdot f \cdot N \cdot A_{Fe}}$$

Bemessungsgleichung für eine Spule mit Eisenkern an Sinus-Wechselspannung $\boxed{U = 4{,}44 \cdot f \cdot N \cdot A_{Fe} \cdot \hat{B}}$

Der Kern wird nun mit einer zweiten Spule mit der Windungszahl N_2 bewickelt. Der von der Spule mit N_1 erzeugte Fluss Φ durchsetzt nun auch die Spule mit N_2.

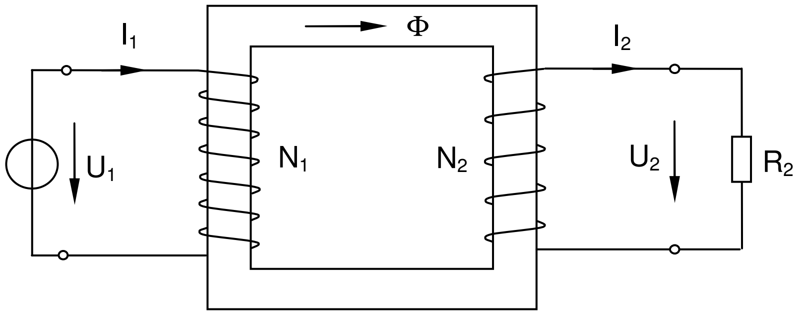


Das Induktionsgesetz bestimmt die dabei entstehende Spannung U_2:

$$\Phi = B \cdot A_{Fe} = \frac{\hat{u}_1 \cdot \cos\omega t}{\omega \cdot N_1} = \frac{\hat{u}_2 \cdot \cos\omega t}{\omega \cdot N_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\hat{u}_1}{N_1} = \frac{\hat{u}_2}{N_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u} \ \textbf{(Übersetzung)}}$$

Die neue Spannungsquelle U_2 hat keine leitende Verbindung zur Spannungsquelle U_1. Man sagt, sie sind **galvanisch getrennt.**
Eine Spulenanordnung mit Verkettung der (Wechsel-)Spannungen über einen gemeinsamen Fluss heißt **Transformator.**

Im nächsten Schritt soll nun U_2 belastet werden.



Mit der Voraussetzung, dass die für den Fluss Φ erforderliche Feldstärke H verschwindend gering ist, kann man folgern, dass der von der Wicklung N_1 über die Spannung U_1 erzeugte Fluss konstant ist und vollständig die Wicklung N_2 durchsetzt. Die Spannung U_2 ist somit nur vom Übersetzungsverhältnis ü abhängig und konstant.

Der Strom I_2 folgt dem ohm´schen Gesetz: $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$.

Der Strom I_1 lässt sich über das vereinfachte Durchflutungsgesetz bestimmen: $\Sigma\ N \cdot I = \Sigma\ H \cdot l$.

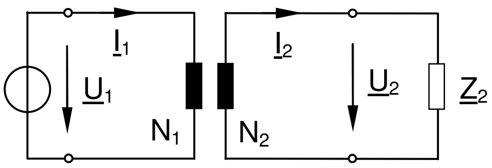
Da aber nach Voraussetzung die Feldstärke H verschwindend gering ist, folgt hier: $N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2$

und daraus: $\boxed{\frac{N_1}{N_2} = ü = \frac{I_2}{I_1}}$

Mit $ü = \frac{U_1}{U_2}$ findet man dann: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$ und daraus: $\boxed{U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2}$

Der Transformator ist als verlustlos vorausgesetzt und die gefundene Beziehung bestätigt dies.
Die aufgenommene Leistung ist gleich der abgegebenen Leistung.

Schaltbild eines Transformators



Man kann den ganzen Transformator mitsamt seiner Belastung $\underline{Z}_2$ durch einen Widerstand $\underline{Z}_2´$ auf der Primärseite ersetzen:

$\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \underline{Z}_2$ mit $\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \cdot ü$ *und* $\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{ü}$ erhält man $\underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_1}{ü \cdot \underline{I}_1 \cdot ü} = \frac{\underline{Z}'_2}{ü^2}$ und $\boxed{\underline{Z}'_2 = \underline{Z}_2 \cdot ü^2}$