



Filterentwurf

am Beispiel eines
Tiefpassfilters 2. Ordnung

Stefanie Lehmann

14. Mai 2009



Motivation

Überblick Filterentwurf

Filtermathematik

Filterschaltung

Rückblick

Motivation

Überblick Filterentwurf

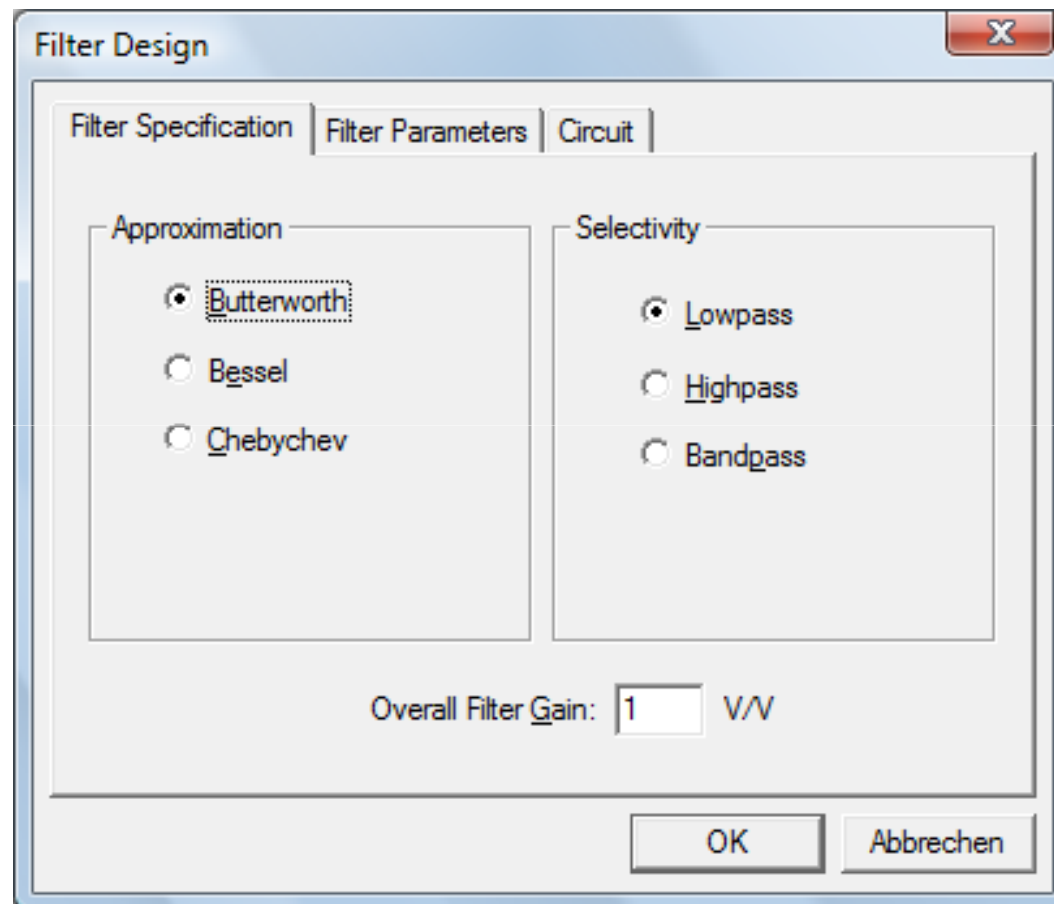
Filtermathematik

Filterschaltung

Rückblick

Motivation

Filterentwurf mit FilterLab



Warum ein Tiefpass zweiter Ordnung?

- Kaskadierung

Beispiel TP 5. Ordnung

$$f(S) = \frac{1}{S^5 + aS^4 + bS^3 + cS^2 + dS + 1}$$

$$= \frac{1}{S^2 + vS + w} \cdot \frac{1}{S^2 + xS + y} \cdot \frac{1}{S + z}$$

- Transformierbarkeit

$$\text{Tiefpass} \Rightarrow \text{Hochpass} : S \Rightarrow \frac{1}{S}$$

$$\text{Tiefpass} \Rightarrow \text{Bandpass} : S \Rightarrow \frac{1}{\omega_g} \left(S + \frac{1}{S} \right)$$

Motivation

Überblick Filterentwurf

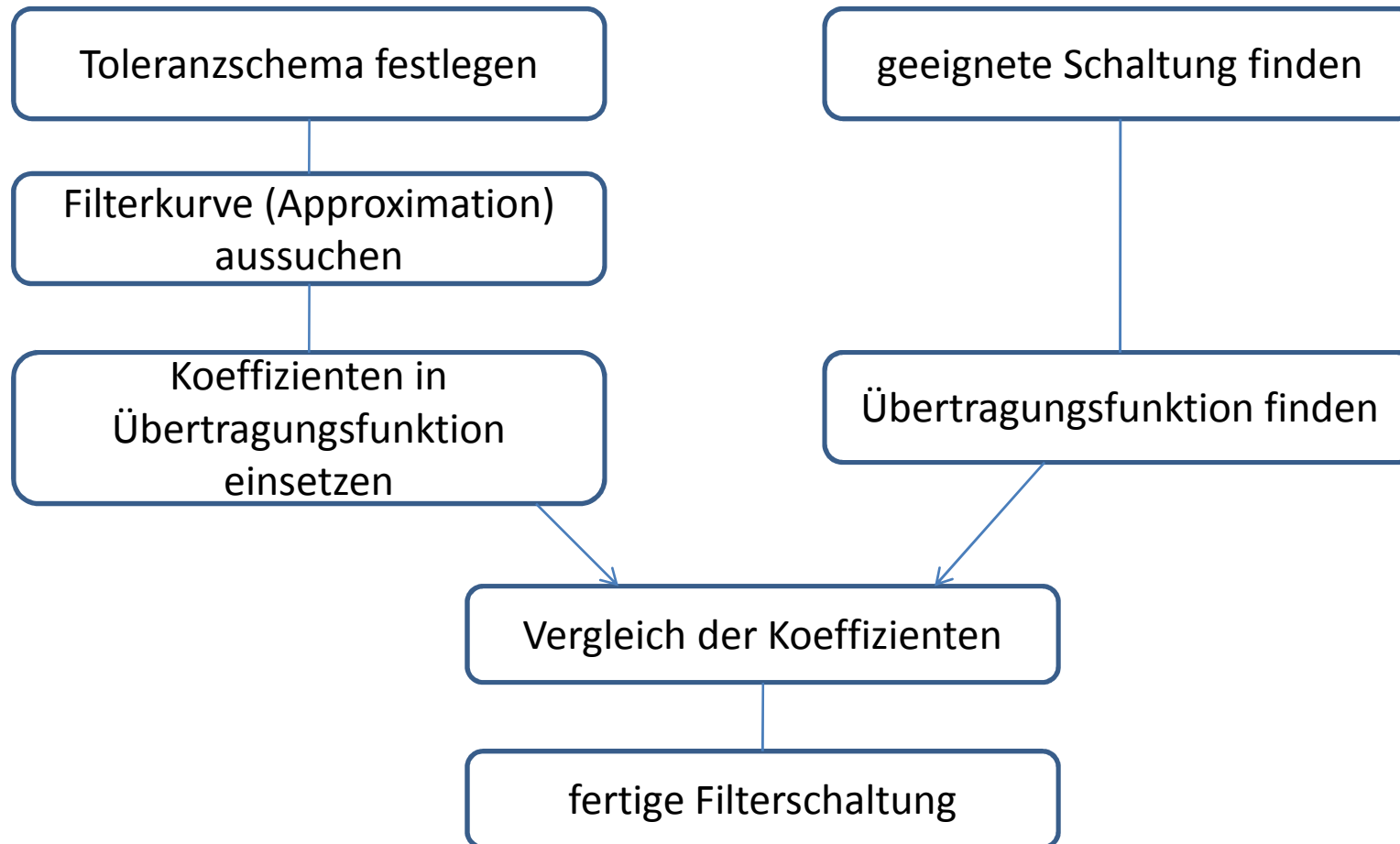
Filtermathematik

Filterschaltung

Rückblick

Überblick Filterwissen

Entwurfsschema



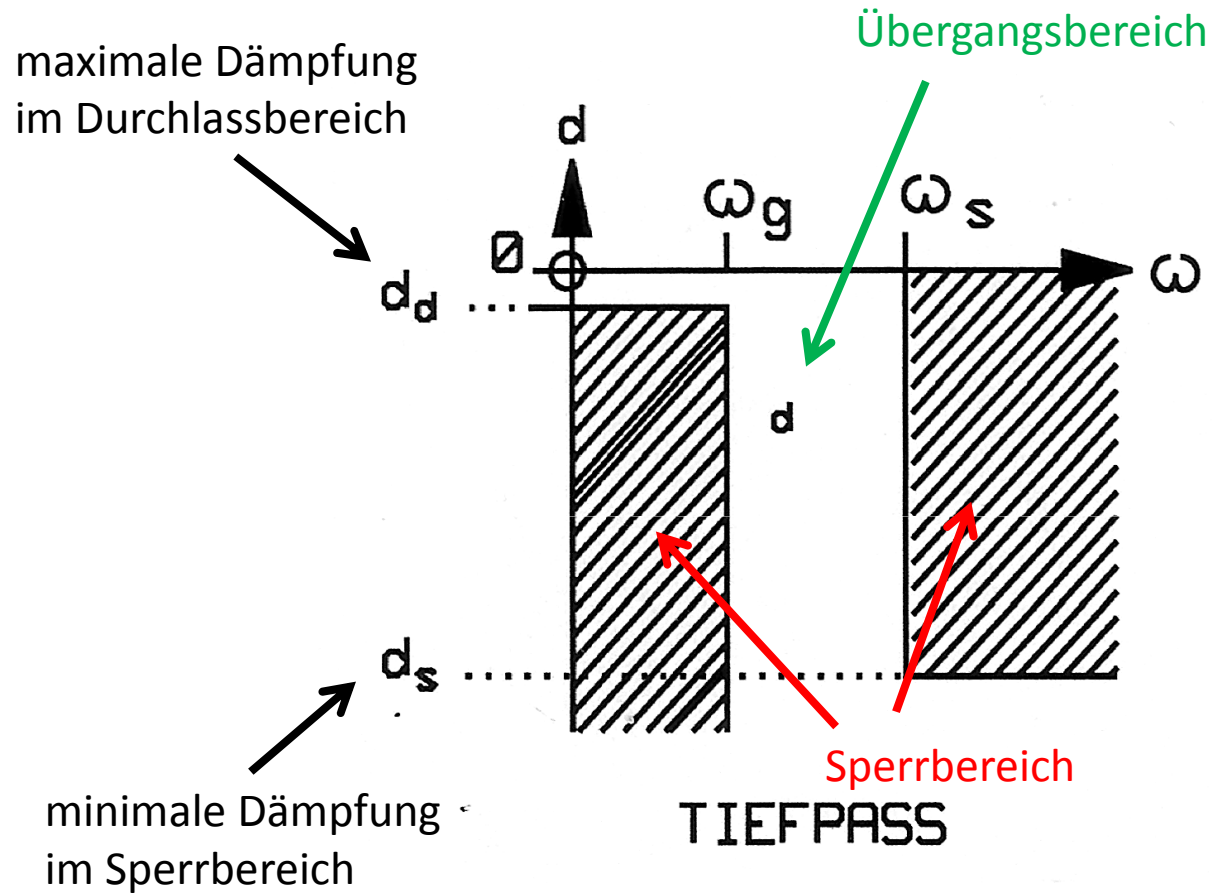
Motivation

Überblick Filterentwurf

Filtermathematik

Filterschaltung

Rückblick



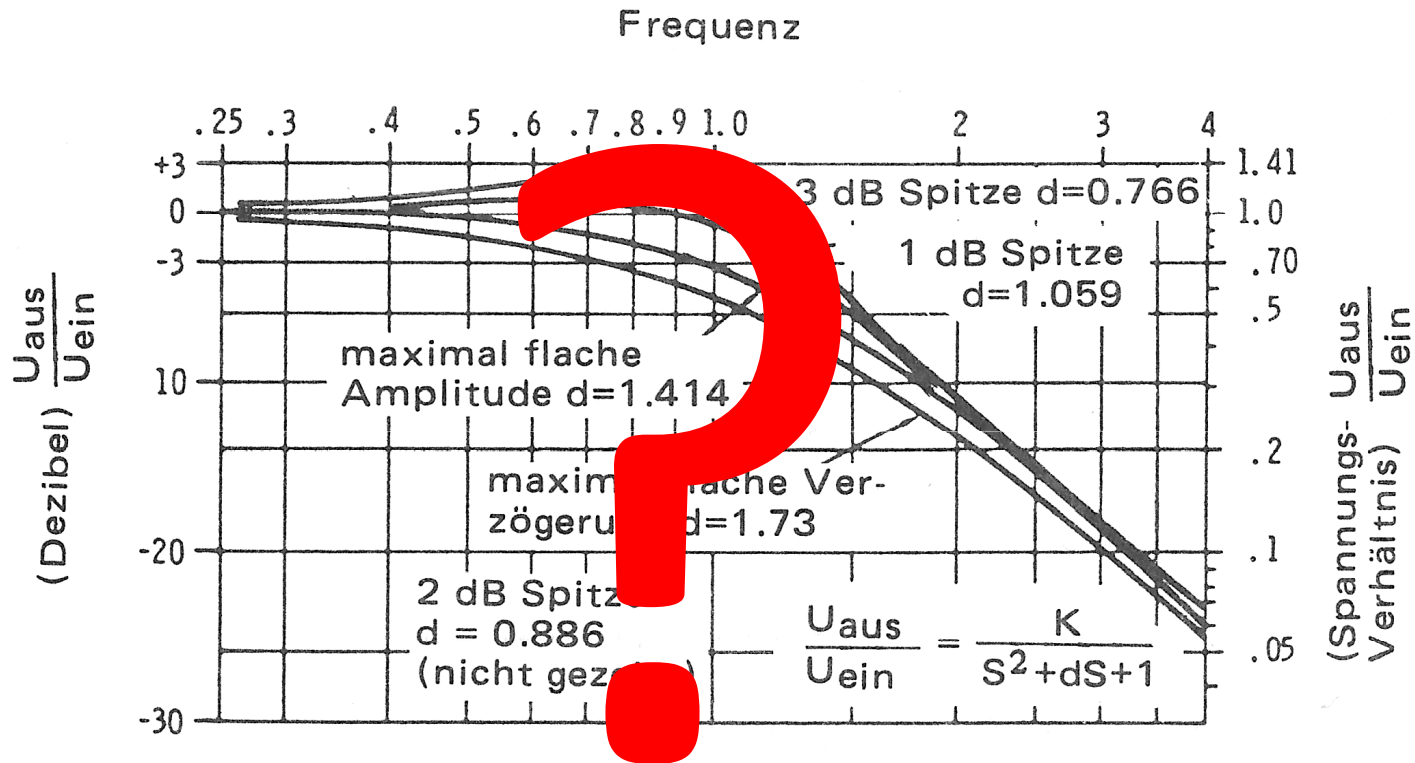
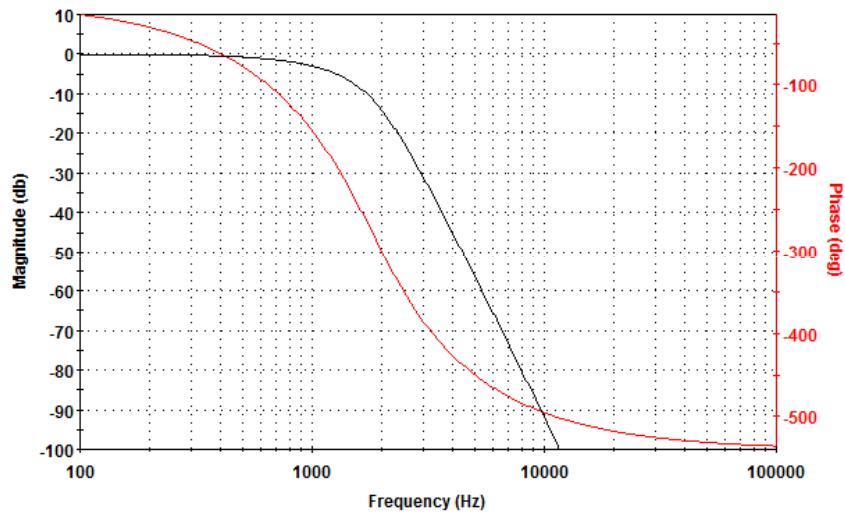


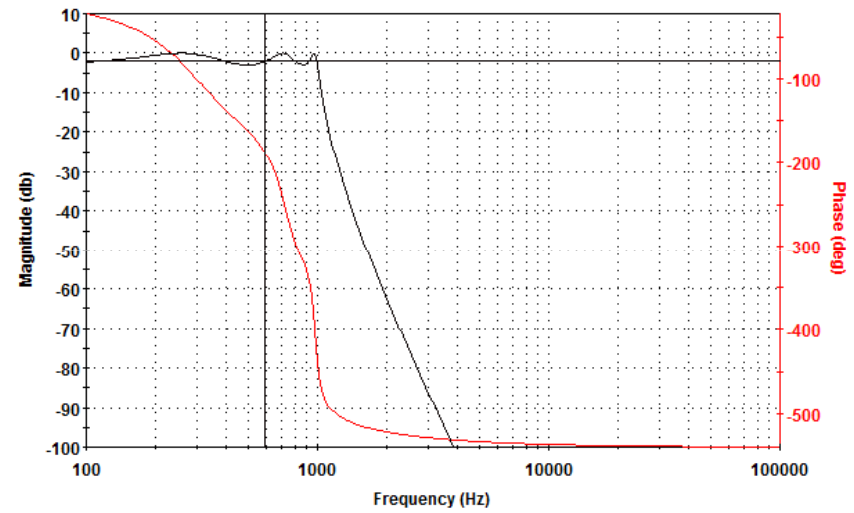
Bild 3-14. Amplitudengang – Tiefpaß-Abschnitt zweiter Ordnung.

Optimierung nach	Amplitudenfrequenzgang	Überschwingen, Phasenverzerrung
Butterworth	steiler Abfall oberhalb ω_g flacher Verlauf im Durchlassbereich	normal
Tschebyscheff	steiler Abfall oberhalb ω_g Welligkeit konstanter Amplitude im Durchlassbereich	stark
Bessel	nicht sehr steiler Abfall oberhalb ω_g flach abfallender Verlauf im Durchlassbereich	gering

Besselfilter 6. Ordnung



Tschebyschefffilter 6. Ordnung



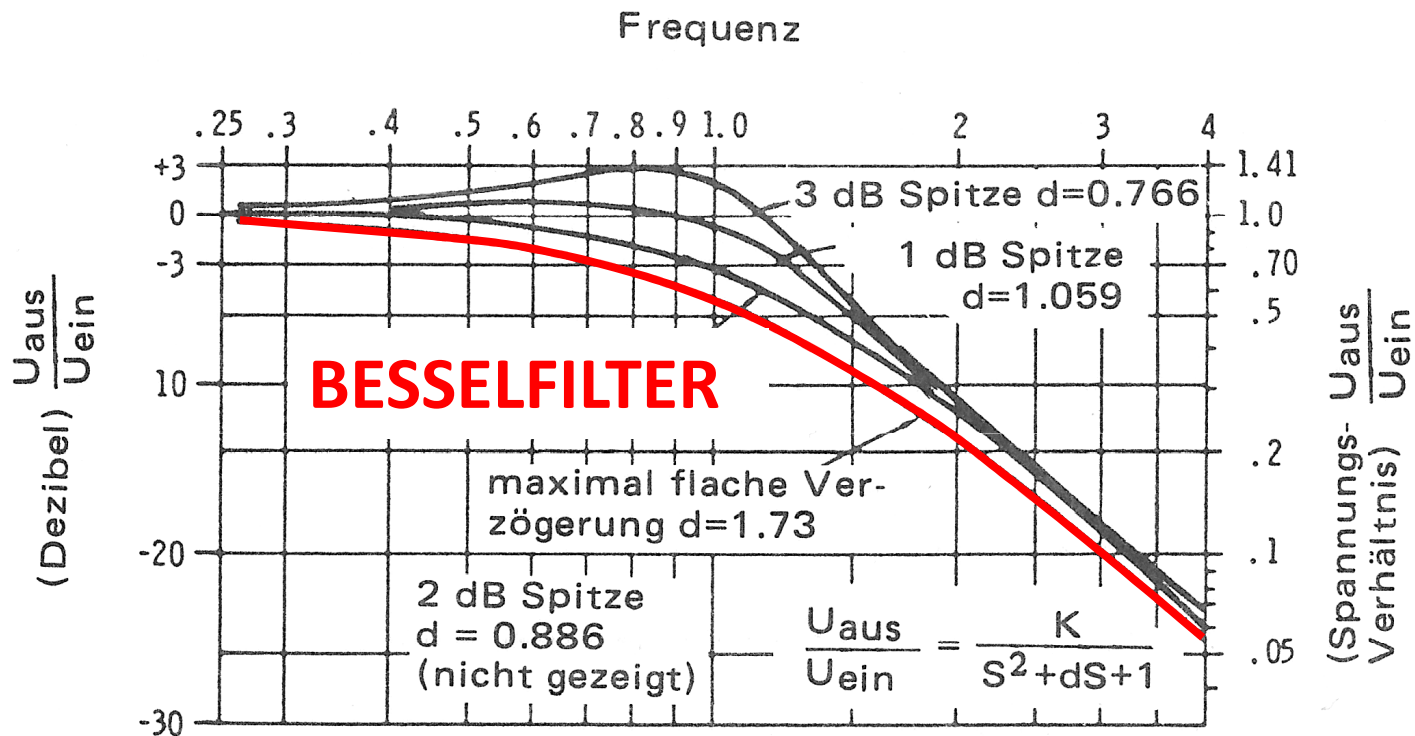


Bild 3-14. Amplitudengang – Tiefpaß-Abschnitt zweiter Ordnung.

$$\begin{aligned}\frac{U_{aus}}{U_{ein}} &= f(S) = \frac{1}{1 + a \cdot S + b \cdot S^2} \\ &= \frac{1}{1 + a \cdot j \frac{\omega}{\omega_g} + b \cdot \left(j \frac{\omega}{\omega_g} \right)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \alpha \cdot j\omega + \beta(j\omega)^2}\end{aligned}$$

mit $\alpha = \frac{a}{\omega_g}$ und $\beta = \frac{b}{\omega_g^2}$

Kurvenformen von Filtern

↳ Tiefpassfilter : Filterkoeffizienten

Filtertyp 2. Ordnung		a	b
kritisch gedämpft		1,2872	0,4142
Besselfilter		1,3617	0,618
Butterworth		1,4142	1
Tschebyscheff	0.5 dB	1,3614	1,3827
	1 dB	1,3022	1,5515
	2 dB	1,1813	1,7775
	3 dB	1,065	1,9305

gegeben :

$$a = 1,3617$$

$$b = 0,618$$

$$f_g = 440\text{Hz}$$

$$\alpha = \frac{a}{\omega_g} \text{ und } \beta = \frac{b}{\omega_g^2}$$

Lösung :

$$\omega_g = 2\pi f_g = 2\pi \cdot 440\text{Hz} = 2764,6 \cdot \frac{1}{\text{s}}$$

$$\alpha = \frac{a}{\omega_g} = \frac{1,3617}{2764,6 \cdot \frac{1}{\text{s}}} = \underline{\underline{0,493 \cdot \frac{\text{s}}{10^3}}}$$

$$\beta = \frac{a}{\omega_g^2} = \frac{0,618}{\left(2764,6 \cdot \frac{1}{\text{s}}\right)^2} = \underline{\underline{0,081 \cdot \frac{\text{s}^2}{10^6}}}$$

$$f(S) = \frac{1}{1 + 0,493 \cdot \frac{\text{s}}{10^3} \cdot j\omega + 0,081 \cdot \frac{\text{s}^2}{10^6} (j\omega)^2}$$

Motivation

Überblick Filterentwurf

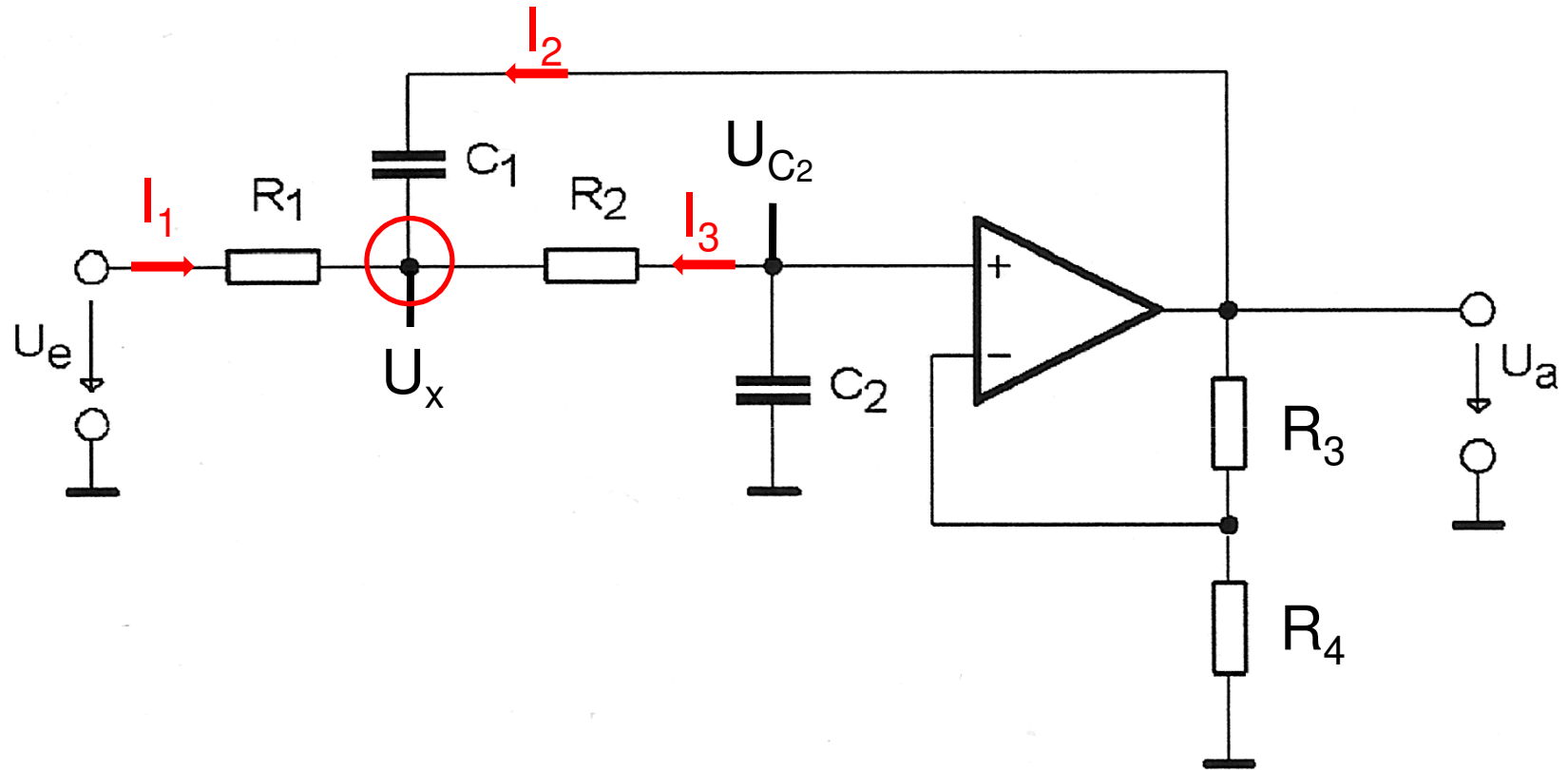
Filtermathematik

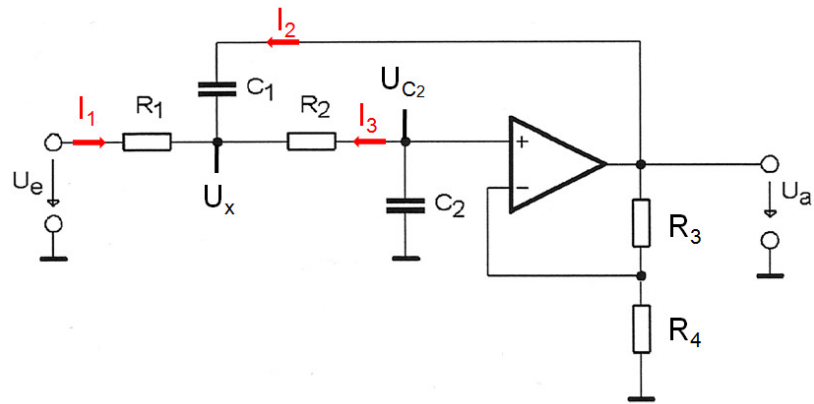
Filterschaltung

Rückblick

Filterschaltungen

↳ Sallen-Key Tiefpass zweiter Ordnung





Filterschaltungen
↳ Sallen-Key Tiefpass zweiter Ordnung

$$f(S) = V \cdot \frac{1}{1 + \underbrace{[C_2(R_1 + R_2) + (1 - V)R_1C_1]}_{=0,493 \frac{1}{10^3 s}} \cdot j\omega + \underbrace{[C_1C_2R_1R_2]}_{=0,081 \frac{1}{10^6 s^2}} (j\omega)^2}$$

Methode mit gleichen Komponenten:

$$C_1 = C_2 = C$$

$$R_1 = R_2 = R$$

$$f(S) = \frac{1}{1 + [(3 - V)RC] \cdot j\omega + R^2C^2(j\omega)^2}$$

Motivation

Überblick Filterentwurf

Filtermathematik

Filterschaltung

Rückblick

Filterkurve (Approximation)
aussuchen

Koeffizienten raussuchen

in Übertragungsfunktion
einsetzen

	wenigste konstanter Amplitude im Durchlassbereich	starke Phasenverzerrung
Bessel	nicht sehr steiler Abfall oberhalb ω_g flach abfallender Verlauf im Durchlassbereich	sehr geringes Überschwingen sehr geringe Phasenverschiebung

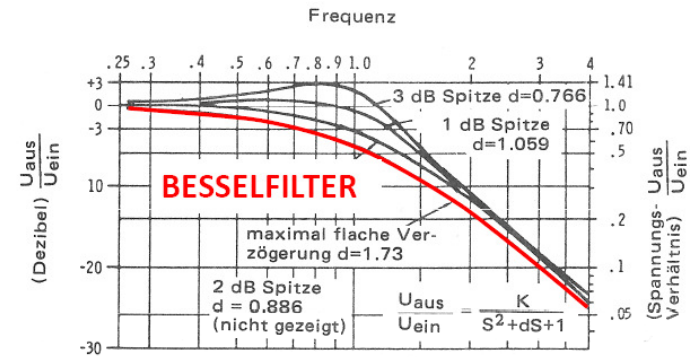


Bild 3-14. Amplitudengang – Tiefpaß-Abschnitt zweiter Ordnung.

Besselfilter	1,3617	0,618
Butterworth	1,4142	1
Tschekbuncheff	1,2614	1,2817

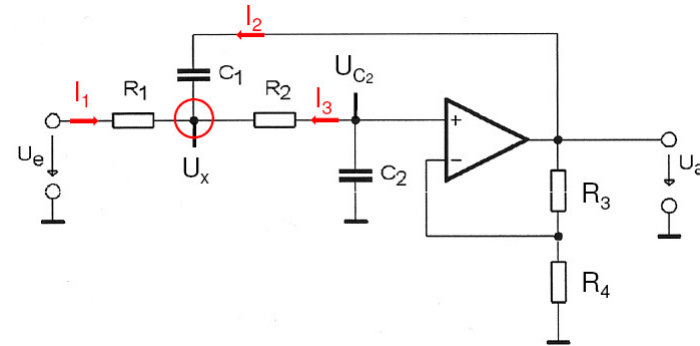
$$f(S) = \frac{1}{1 + 0,493 \cdot \frac{1}{10^3 s} \cdot j\omega + 0,081 \cdot \frac{1}{10^6 s^2} (j\omega)^2}$$

Rückblick
↳ Filterschaltung

Filterschaltung aussuchen

Übertragungsfunktion finden

Koeffizienten angleichen



$$f(S) = V \cdot \frac{1}{1 + \underbrace{[C_2(R_1 + R_2) + (1 - V)R_1C_1]}_{=0,493 \frac{1}{10^3 s}} \cdot j\omega + \underbrace{[C_1C_2R_1R_2]}_{=0,081 \frac{1}{10^6 s^2}} (j\omega)^2}$$

Filterkoeffizienten:

- Vorlesungsskript Physikalische Elektronik und Messtechnik; O. Marti, A. Plettl; 2007
http://wwwex.physik.uni-ulm.de/lehre/physikalischeelektronik/phys_elektr/phys_elektr.pdf

Bilder:

- Das Aktiv Filterkochbuch, Don Lancaster, 1987 IWT Verlag
- Skript Analog- und Digitalelektronik, Reinhold Orglmeister, 2008 TU Berlin

Vielen Dank fürs Zuhören