

# Wie schneidet man Brötchen richtig auf?

Eine der wichtigsten Fragen der Menschheit

Björn Stallenberger

Technische Universität Berlin  
Projektlabor im SS 2009

01.06.2009

# Gliederung

- 1 Vom gerechten Teilen
- 2 Das richtige Werkzeug
- 3 Gefahrenhinweise



# Vom gerechten Teilen

# Vom gerechten Teilen

Problem:

- zwei Personen A und B
- ein Haufen unterschiedlichster Brötchen

# Vom gerechten Teilen

Problem:

- zwei Personen A und B
- ein Haufen unterschiedlichster Brötchen
- geplant: ein gemeinsames Frühstück



Das Ober- / Unterhälftenproblem

# Das Ober- / Unterhälftenproblem

# Das Ober- / Unterhälftenproblem

Wir betrachten normale Weizenbrötchen.

- A mag am liebsten Oberhälften
- B mag am liebsten Unterhälften

⇒ Beide teilen sich je ein Brötchen

# Das Ober- / Unterhälftenproblem

Wir betrachten normale Weizenbrötchen.

- A mag am liebsten Oberhälften
- B mag am liebsten Unterhälften

⇒ Beide teilen sich je ein Brötchen

⇒ Eigentlich kein Problem, oder?





# Doch ein Problem

# Doch ein Problem

## Problem:

- A und B haben wollen beide gleich viel essen.

# Doch ein Problem

## Problem:

- A und B haben wollen beide gleich viel essen.
- Das Brötchen muss genau halbiert werden.



# Vereinfachung des Problems

# Vereinfachung des Problems

- hierzulande üblich: Schrippen



# Vereinfachung des Problems

- hierzulande üblich: Schrippen
  - unregelmäßige Form
  - schwer zu parametrisieren
  - schwer zu berechnen



# Vereinfachung des Problems

- Abhilfe: Semmel (oder Ähnliches)



# Vereinfachung des Problems

- Abhilfe: Semmel (oder Ähnliches)
  - regelmäßige Form
  - berechenbar

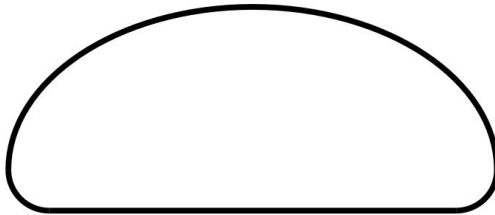






# Die Standardsemmel

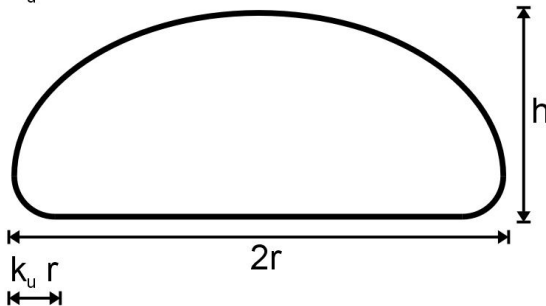
# Die Standardsemmel



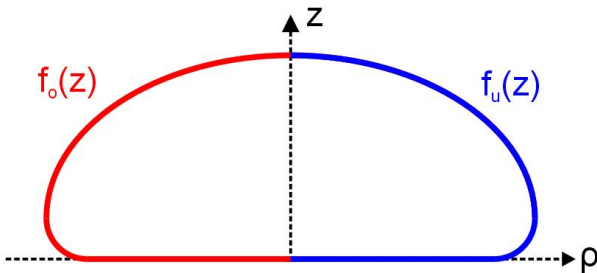
# Die Standardsemmel

$k_b$ : Backtriebmittelkoeffizient

$k_u$ : Unterseitenkoeffizient



# Die Standardsemmel





Das Ober- / Unterhälftenproblem

# Parametrisierung der Standard-Semmel

# Parametrisierung der Standard-Semmel

$$S := \{(\rho, \varphi, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f_u(z) \leq \rho \leq f_o(z), 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 \leq z \leq h\}$$

# Parametrisierung der Standard-Semmel

$$S := \{(\rho, \varphi, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f_u(z) \leq \rho \leq f_o(z), 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 \leq z \leq h\}$$

$$f_o(z) = \begin{cases} \sqrt{(k_u r)^2 - (z - k_u r)^2} + (1 - k_u)r & 0 \leq z < k_u r \\ \sqrt{r^2 - \frac{1}{k_b}(z - k_u r)^2} & k_u \leq z \leq h \end{cases}$$

# Parametrisierung der Standard-Semmel

$$S := \{(\rho, \varphi, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f_u(z) \leq \rho \leq f_o(z), 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 \leq z \leq h\}$$

$$f_o(z) = \begin{cases} \sqrt{(k_u r)^2 - (z - k_u r)^2} + (1 - k_u)r & 0 \leq z < k_u r \\ \sqrt{r^2 - \frac{1}{k_b}(z - k_u r)^2} & k_u \leq z \leq h \end{cases}$$

$$f_u(z) = \begin{cases} -\sqrt{(k_u r)^2 - (z - k_u r)^2} - (1 - k_u)r & 0 \leq z < k_u r \\ -\sqrt{r^2 - \frac{1}{k_b}(z - k_u r)^2} & k_u \leq z \leq h \end{cases}$$





Das Ober- / Unterhälftenproblem

# Lösungsansatz

# Lösungsansatz

Wähle eine Schnittebene  $z = z_s$ , sodass:

$$\int_0^{z_s} \int_0^{2\pi} \int_{f_u(z)}^{f_o(z)} \varrho_S \rho \, d\rho \, d\varphi \, dz = \int_{z_s}^h \int_0^{2\pi} \int_{f_u(z)}^{f_o(z)} \varrho_S \rho \, d\rho \, d\varphi \, dz$$

# Lösungsansatz

Wähle eine Schnittebene  $z = z_s$ , sodass:

$$\int_0^{z_s} \int_0^{2\pi} \int_{f_u(z)}^{f_o(z)} \varrho_S \rho \, d\rho \, d\varphi \, dz = \int_{z_s}^h \int_0^{2\pi} \int_{f_u(z)}^{f_o(z)} \varrho_S \rho \, d\rho \, d\varphi \, dz$$

bzw. bei  $\varrho_S = \text{const.}$  und unter Ausnutzung der Symmetrie:

$$\int_0^{z_s} f_o(z) \, dz = \int_{z_s}^h f_o(z) \, dz$$



Das Ober- / Unterhälftenproblem

# Exemplarische Lösung

# Exemplarische Lösung

Bei einem Brötchen wurden die folgenden Werte gemessen:

# Exemplarische Lösung

Bei einem Brötchen wurden die folgenden Werte gemessen:

- $r = 6$  [cm]
- $h = 5$  [cm]
- $k_u = 0.17$
- $k_b = 0.44$

# Exemplarische Lösung

Bei einem Brötchen wurden die folgenden Werte gemessen:

- $r = 6$  [cm]
- $h = 5$  [cm]
- $k_u = 0.17$
- $k_b = 0.44$

Daraus lässt sich (numerisch) berechnen:

$$z_s \approx 2.1 \text{ [cm]} \approx \frac{2}{5}h$$



Das Ober- / Unterhälftenproblem

# Vermeidung des Problems



# Vermeidung des Problems

Verwendung von:

- Oberseitenbrötchen



# Vermeidung des Problems

Verwendung von:

- Oberseitenbrötchen
- Unterseitenbrötchen



# Das Körnerbrötchenproblem

# Das Körnerbrötchenproblem

Wir betrachten ein Körnerbrötchen:

- Oberseite mit Körner belegt
- Unterseite ohne Körner
- Brötchen soll gerecht geteilt werden

# Das Körnerbrötchenproblem

Wir betrachten ein Körnerbrötchen:

- Oberseite mit Körner belegt
- Unterseite ohne Körner
- Brötchen soll gerecht geteilt werden

⇒ Halbierung entlang der z-Achse



# Problem

# Problem

- Körnerverteilung ist ungleichmäßig
- Brötchen und Körnerzahl müssen mit einem Schnitt halbiert werden

# Problem

- Körnerverteilung ist ungleichmäßig
- Brötchen und Körnerzahl müssen mit einem Schnitt halbiert werden

Frage:

Geht das?





Das Körnerbrötchenproblem

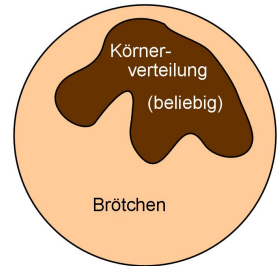
# Visualisierung

# Visualisierung

$k_r(\varphi)$  : Körnermenge rechts vom Messer

$k_l(\varphi)$  : Körnermenge links vom Messer

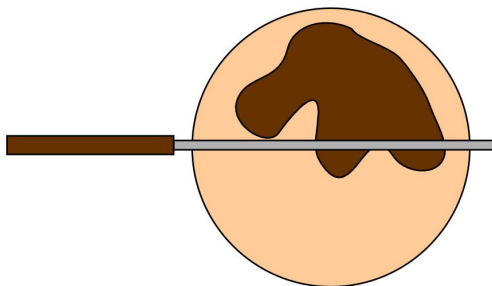
$$d(\varphi) = k_r(\varphi) - k_l(\varphi)$$





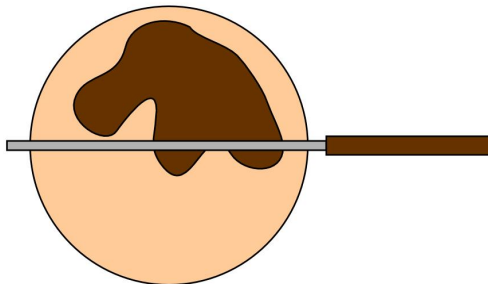
# Lösungsweg

## Lösungsweg



- $k_l(\varphi_1) > k_r(\varphi_1) \Rightarrow d(\varphi_1) < 0$

## Lösungsweg



- $k_l(\varphi_2) < k_r(\varphi_2) \Rightarrow d(\varphi_2) > 0$



# Lösung



# Lösung

- $d(\varphi_1) < 0$
- $d(\varphi_2) > 0$
- $d(\varphi)$  offensichtlich stetig

## Lösung

- $d(\varphi_1) < 0$
- $d(\varphi_2) > 0$
- $d(\varphi)$  offensichtlich stetig

⇒ Nullstellensatz:  $\exists \varphi_0 \in [0, 2\pi] \mid d(\varphi_0) = 0$

⇒  $\exists \varphi_0 \in [0, 2\pi] \mid k_r(\varphi_0) = k_l(\varphi_0)$



## Lösung

- $d(\varphi_1) < 0$
- $d(\varphi_2) > 0$
- $d(\varphi)$  offensichtlich stetig

⇒ Nullstellensatz:  $\exists \varphi_0 \in [0, 2\pi] \mid d(\varphi_0) = 0$

⇒  $\exists \varphi_0 \in [0, 2\pi] \mid k_r(\varphi_0) = k_l(\varphi_0)$

⇒ Problem ist lösbar!



# Welches ist das richtige Messer?

## Welches ist das richtige Messer?

- Wichtig: Auswahl des richtigen Messers
- Zu beachten:
  - Sicherheit
  - Effizienz
  - Ästhetik

Ziel:

Gewährleistung des perfekten Frühstücks



Das "normale" Messer

# Das "normale" Messer

Das "normale" Messer

# Das "normale" Messer





Das "normale" Messer

# Vor- und Nachteile

Das "normale" Messer

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:

Das "normale" Messer

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - immer zur Hand
  - stört nicht auf dem Tisch
  - keine Verletzungsgefahr



# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - immer zur Hand
  - stört nicht auf dem Tisch
  - keine Verletzungsgefahr
- Nachteile:

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - immer zur Hand
  - stört nicht auf dem Tisch
  - keine Verletzungsgefahr
- Nachteile:
  - meist stumpf
  - zu kurze Klinge



Das große Brotmesser

# Das große Brotmesser

# Das große Brotmesser





# Vor- und Nachteile

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - saubere Schnittfläche
  - lange Klinge
  - gute Schärfe

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - saubere Schnittfläche
  - lange Klinge
  - gute Schärfe
- Nachteile:



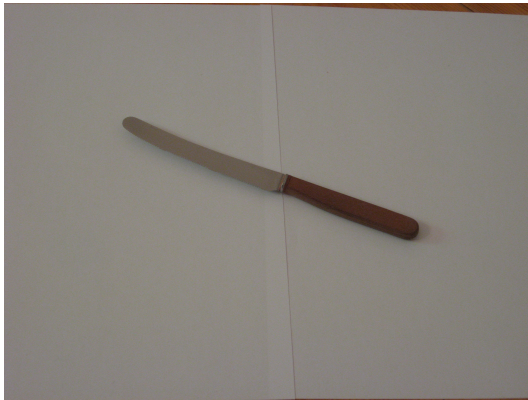
# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - saubere Schnittfläche
  - lange Klinge
  - gute Schärfe
- Nachteile:
  - unhandlich
  - unschön auf Frühstückstisch
  - hohe Verletzungsgefahr



# Das kleine Brotmesser

# Das kleine Brotmesser





# Vor- und Nachteile

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - handlich
  - gute Schärfe

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - handlich
  - gute Schärfe
- Nachteile:

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - handlich
  - gute Schärfe
- Nachteile:
  - Klinge nicht immer ausreichend lang





# Das elektrische Brotmesser

# Das elektrische Brotmesser





# Vor- und Nachteile

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - sehr geringer Kraftaufwand
  - saubere Schnittfläche

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - sehr geringer Kraftaufwand
  - saubere Schnittfläche
- Nachteile:

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - sehr geringer Kraftaufwand
  - saubere Schnittfläche
- Nachteile:
  - unhandlich
  - unschön auf dem Frühstückstisch
  - laut
  - sehr hohe Verletzungsgefahr



# Das Lichtschwert



# Das Lichtschwert





Das Lichtschwert

# Vor- und Nachteile

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - Klingenlänge individuell einstellbar
  - spendet zugleich angenehme Beleuchtung
  - sehr scharf
  - bei richtiger Handhabung kaum Verletzungsgefahr
  - lautloses Schneiden

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - Klingenlänge individuell einstellbar
  - spendet zugleich angenehme Beleuchtung
  - sehr scharf
  - bei richtiger Handhabung kaum Verletzungsgefahr
  - lautloses Schneiden
- Nachteile:

# Vor- und Nachteile

- Vorteile:
  - Klingenlänge individuell einstellbar
  - spendet zugleich angenehme Beleuchtung
  - sehr scharf
  - bei richtiger Handhabung kaum Verletzungsgefahr
  - lautloses Schneiden
- Nachteile:
  - bisher nicht bekannt



# Auswertung

# Auswertung

Und die Moral von der Geschicht'...



# Auswertung

Und die Moral von der Geschichte'...

...das beste Messer gibt's noch nicht!

# Achtung: scharfes Messer

Abrutschen mit dem Messer kann zu schweren Verletzungen führen

## Achtung: scharfes Messer

Abrutschen mit dem Messer kann zu schweren Verletzungen führen

deshalb: Schutzkleidung!



# Achtung: scharfes Messer

Insbesondere an den Händen kommt es oft zu Verletzungen

## Achtung: scharfes Messer

Insbesondere an den Händen kommt es oft zu Verletzungen

deshalb: Schutzhandschuhe!



## Achtung: umherfliegende Krümel

Durch das Schneiden umherfliegende Krümel können zu schweren Verletzungen der Augen führen

## Achtung: umherfliegende Krümel

Durch das Schneiden umherfliegende Krümel können zu schweren Verletzungen der Augen führen

deshalb: Schutzbrille!



# Achtung: herunterfallende Messer

Herunterfallende Messer können schmerzhaft sein



# Achtung: herunterfallende Messer

Herunterfallende Messer können schmerzhaft sein

deshalb: Sicherheitsstiefel!



## Achtung: Krümel auf dem Boden

Durch Krümel wird der Boden schnell sehr rutschig

## Achtung: Krümel auf dem Boden

Durch Krümel wird der Boden schnell sehr rutschig

deshalb: Vorsicht!



## Achtung: Lautstärke

Beim Verwenden eines elektrischen Messers können hohe Schalldruckpegel entstehen

## Achtung: Lautstärke

Beim Verwenden eines elektrischen Messers können hohe Schalldruckpegel entstehen

deshalb: Gehörschutz!



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

# Quellen

- [http://www.meckback.de/img/original/galerie\\_vom\\_04.07.2006\\_11.32.34/Schrippe.jpg](http://www.meckback.de/img/original/galerie_vom_04.07.2006_11.32.34/Schrippe.jpg) (27.05.09, 16:38)
- [http://www.lasserbrot.at/bilder/Semmel\\_rdax\\_330x325.jpg](http://www.lasserbrot.at/bilder/Semmel_rdax_330x325.jpg) (27.05.09, 16:40:00)
- [http://bilder.rtl.de/archiv/vox\\_ef/wissenshunger/20080930aoberhaelftenbroetchen.jpg](http://bilder.rtl.de/archiv/vox_ef/wissenshunger/20080930aoberhaelftenbroetchen.jpg) (27.05.09, 16:45)
- <http://www.ebooya.de/upload/image/EM%20440%20CB.jpg> (29.05.09, 07:58)
- <http://ni-chan.ct-werbung.at/images/konsolen/lichtschwertFX.jpg> (29.05.09, 08:01)
- [https://www.schilderservice.com/images/303\\_0.jpg](https://www.schilderservice.com/images/303_0.jpg) (29.05.09, 08:43)

# Quellen

- <http://129.206.115.242/gefahrstoffe/symbole/geb-ver/bril-22.gif>  
(29.05.09, 08:49)
- <http://www.notquitewrong.com/rosscottinc/comics/2008/08/imgp5372.jpg>  
(29.05.09, 08:50)
- <http://www.ace-technik.de/dokumente/artikel/FotoGross/126.gif>  
(29.05.09, 08:51)
- [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a7/D-M003\\_Gehoerschutz\\_benutzen\\_ty.svg/574px-D-M003\\_Gehoerschutz\\_benutzen\\_ty.svg.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a7/D-M003_Gehoerschutz_benutzen_ty.svg/574px-D-M003_Gehoerschutz_benutzen_ty.svg.png)  
(29.05.09, 09:02)
- [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d4/D-M006\\_Handschutz\\_benutzen.svg/574px-D-M006\\_Handschutz\\_benutzen.svg.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d4/D-M006_Handschutz_benutzen.svg/574px-D-M006_Handschutz_benutzen.svg.png)  
(29.05.09, 17:18)