

# **Analoge Filtersysteme**

von Elom Abbey

# Gliederung

1. Einführung
2. Passive Filter
3. Aktive Filter
4. Quellen

# 1.1 Einführung

- . Was ist ein elektrisches Filter?
- . Welche Arten von Filter?
- . Welches Ziel erfüllt ein Filter?

## **2. Passive Filter**

A. Filterarten

B. Filter mit höheren Ordnungen

# **A. Filterarten**

**a. Tiefpass**

**b. Hochpass**

**c. Bandpass**

**d. Bandsperre**

# a. Tiefpass

$$H(f) = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

H(f) ..... Übertragungsfunktion  
 $\omega$  ..... Kreisfrequenz  
R ..... Widerstand  
C ..... Kapazität

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

$f_g$  ..... Grenzfrequenz  
R ..... Widerstand  
C ..... Kapazität

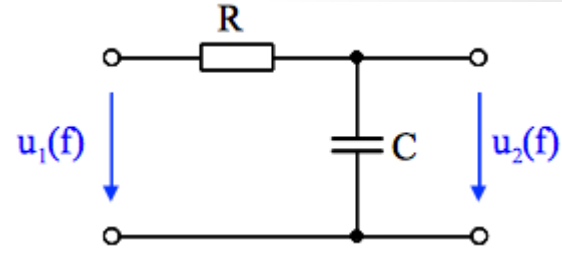
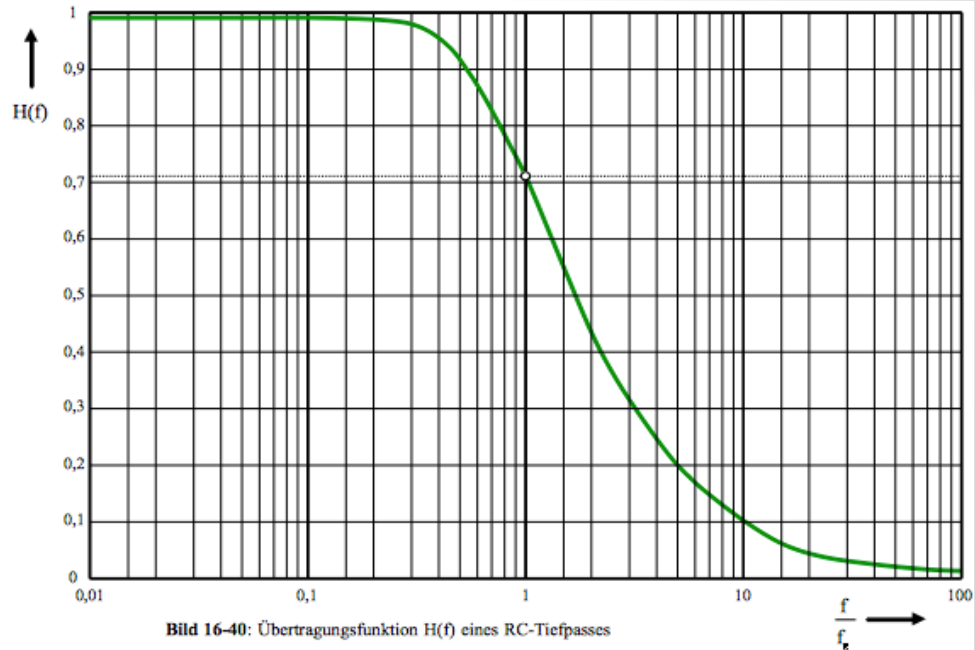


Abb: RC-Tiefpass

# a. Tiefpass

• Grafische Darstellung der Übertragungsfunktion.



# b. Hochpass

$$H(f) = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

H(f) ..... Übertragungsfunktion  
 $\omega$  ..... Kreisfrequenz  
R ..... Widerstand  
C ..... Kapazität

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

$f_g$  ..... Grenzfrequenz  
R ..... Widerstand  
C ..... Kapazität

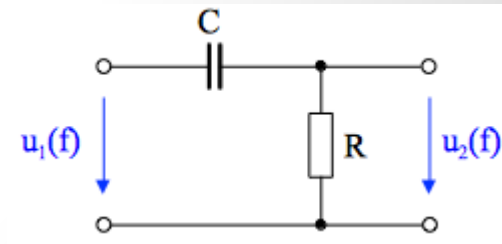
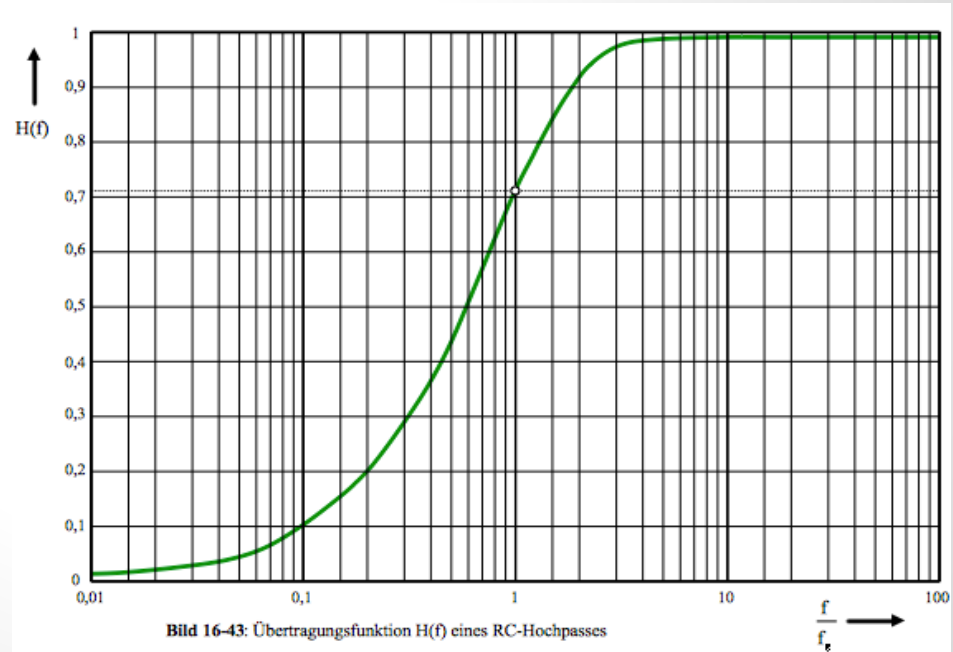


Abb: RC-Hochpass



# b. Hochpass

Grafische Darstellung der Übertragungsfunktion.



# c. Bandpass

$$H(f) = \frac{1}{\sqrt{3^2 + \left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)^2}}$$

H(f) ..... Übertragungsfunktion  
 $\omega$  ..... Kreisfrequenz  
R ..... Widerstand  
C ..... Kapazität

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

$f_g$  ..... Grenzfrequenz  
R ..... Widerstand  
C ..... Kapazität

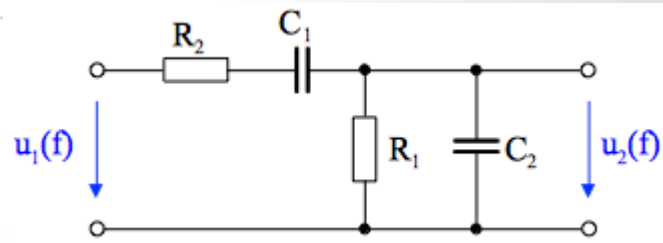
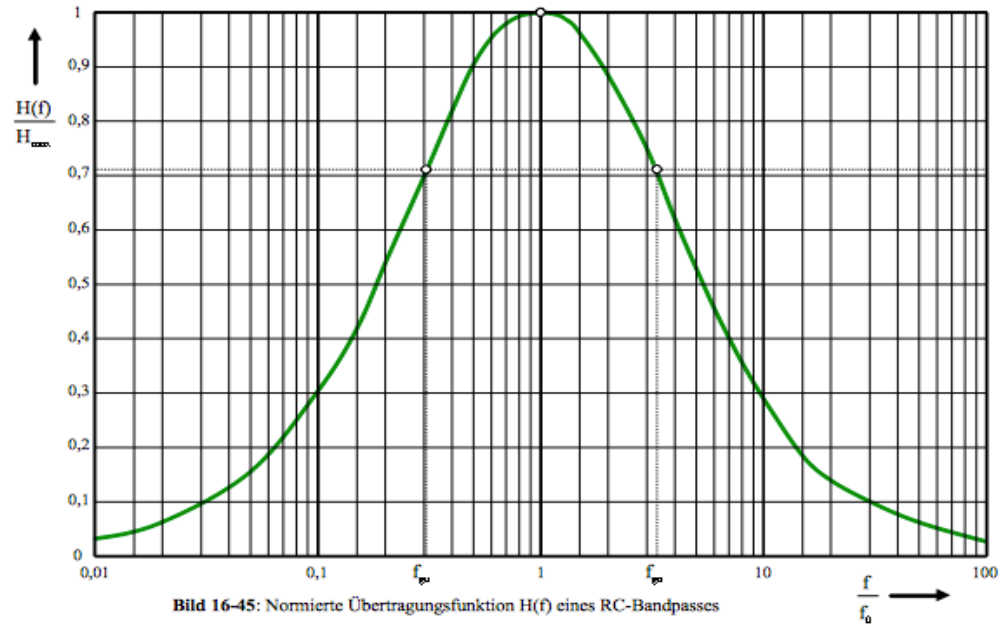


Abb: RC-Bandpass

# c. Bandpass

## • Grafische Darstellung



# d. Bandsperre

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

$f_g$  ..... Grenzfrequenz  
 $R$  ..... Widerstand  
 $C$  ..... Kapazität

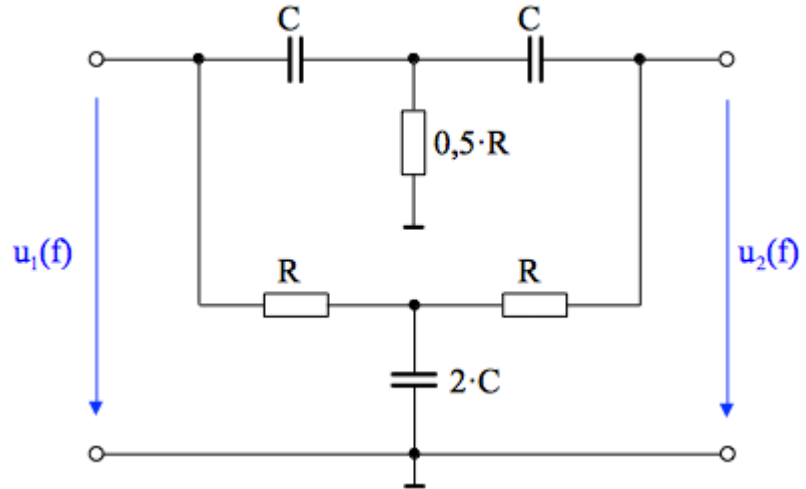


Abb: RC-Bandsperre

# d. Bandsperre

Grafische Darstellung

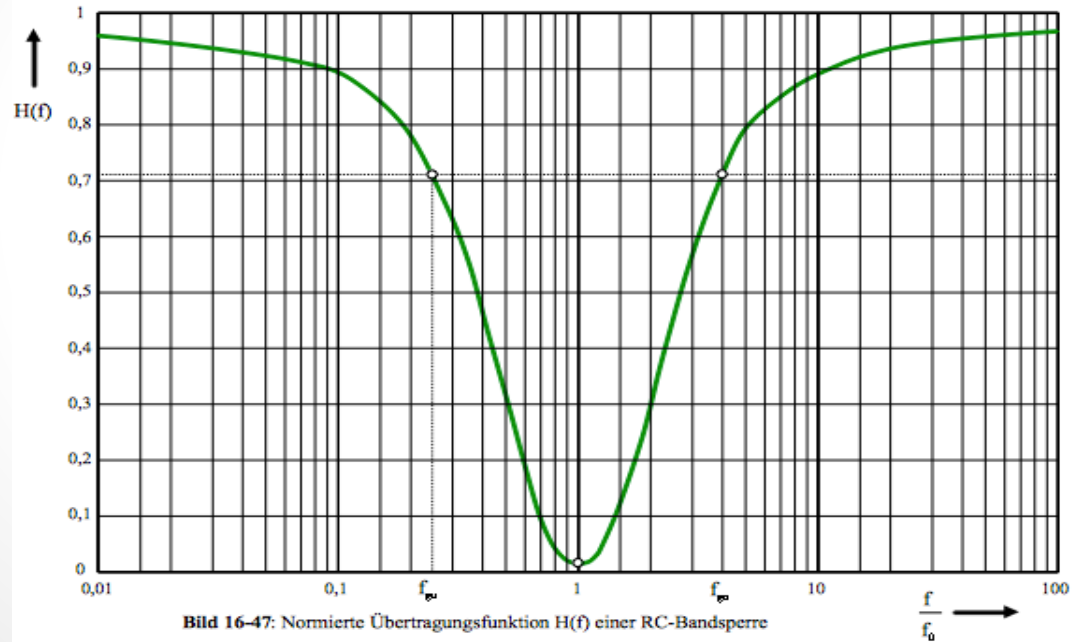
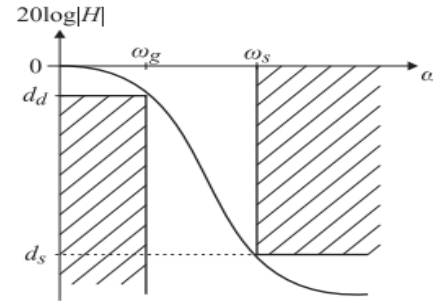


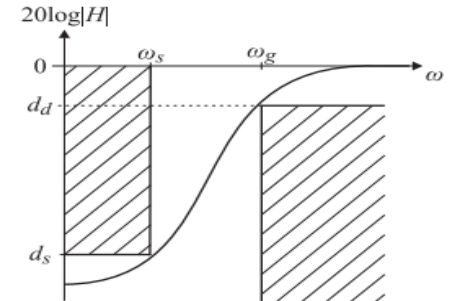
Bild 16-47: Normierte Übertragungsfunktion  $H(f)$  einer RC-Bandsperre

# Zusammenfassung

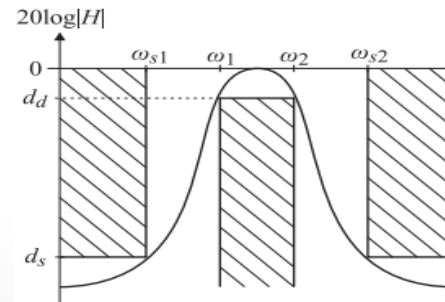
	Durchlassbereich(e):	Sperrbereich(e):	Übergangsbereich(e):
Tiefpass:	$\omega < \omega_g$	$\omega > \omega_s$	$\omega_g < \omega < \omega_s$
Hochpass:	$\omega > \omega_g$	$\omega < \omega_s$	$\omega_s < \omega < \omega_g$
Bandpass:	$\omega_1 < \omega < \omega_2$	$\omega < \omega_{s1}$ $\omega > \omega_{s2}$	$\omega_{s1} < \omega < \omega_1$ $\omega_2 < \omega < \omega_{s2}$
Bandsperr:	$\omega < \omega_{d1}$ $\omega > \omega_{d2}$	$\omega_1 < \omega < \omega_2$	$\omega_{d1} < \omega < \omega_1$ $\omega_2 < \omega < \omega_{d2}$



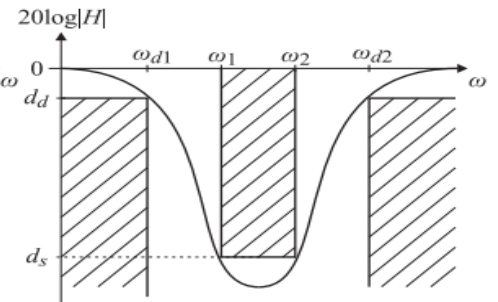
Tiefpass



Hochpass



Bandpass



Bandsperr

Abb.: Filterarten

## **2. Filter mit höheren Ordnungen**

**a. Butterworth-Filter**

**b. Tschebyscheff-Filter**

**c. Cauer-Filter**

**d. Vergleich mit dem Bessel-Filter**

# Filter mit höheren Ordnungen

Übertragungsfunktion:

$$H(s) = \frac{1}{s^2\tau_1\tau_2 + s[\tau_1 + \tau_2 + \tau_3] + 1}$$
$$\tau_1 = R_1C_1, \tau_2 = R_2C_2, \tau_3 = R_1C_2$$

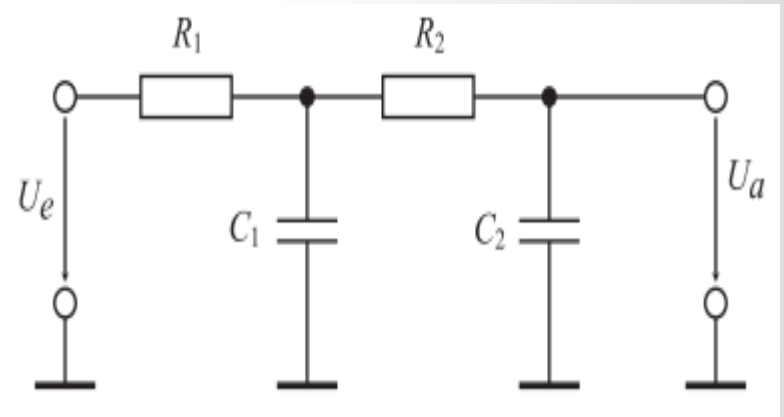


Abb.: passiver Tiefpass zweiter Ordnung aus RC-Gliedern



# Butterworth-Filter

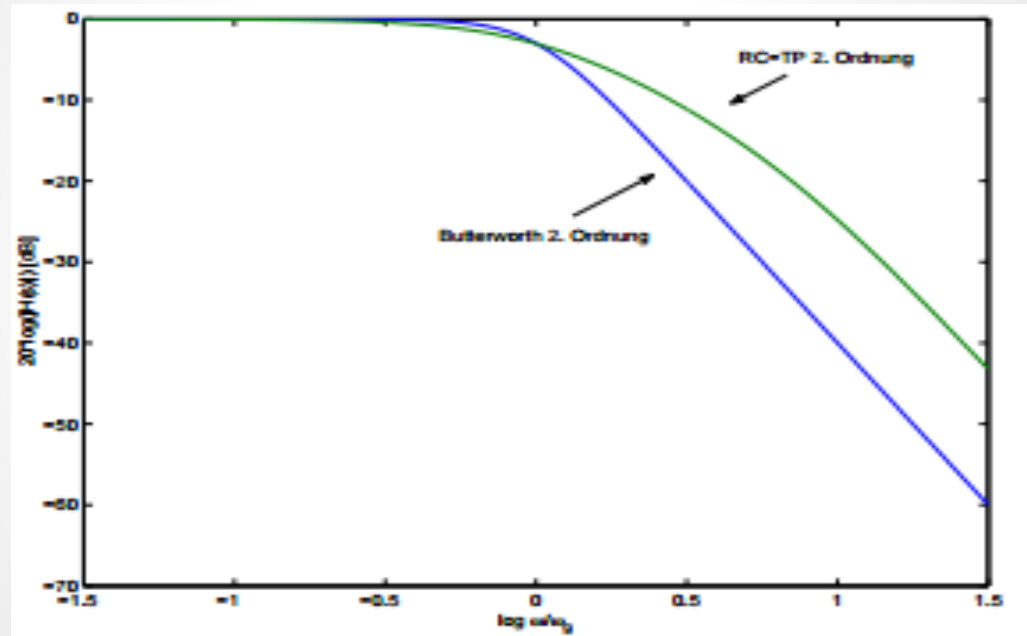


Abb.: Vergleich zwischen einem Butterworth-Tiefpass 2. Ordnung

# a. Butterworth-Filter

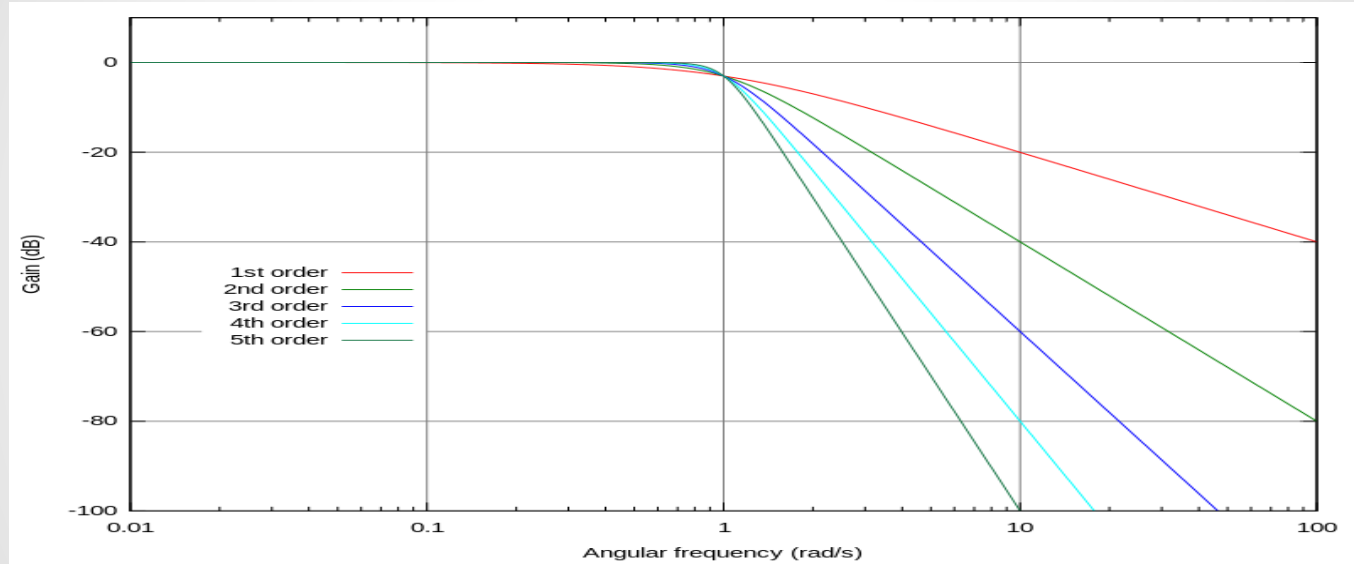


Abb.: Butterworth-Filter 1. bis 5. Ordnung

## b. Tschebyscheff-Filter

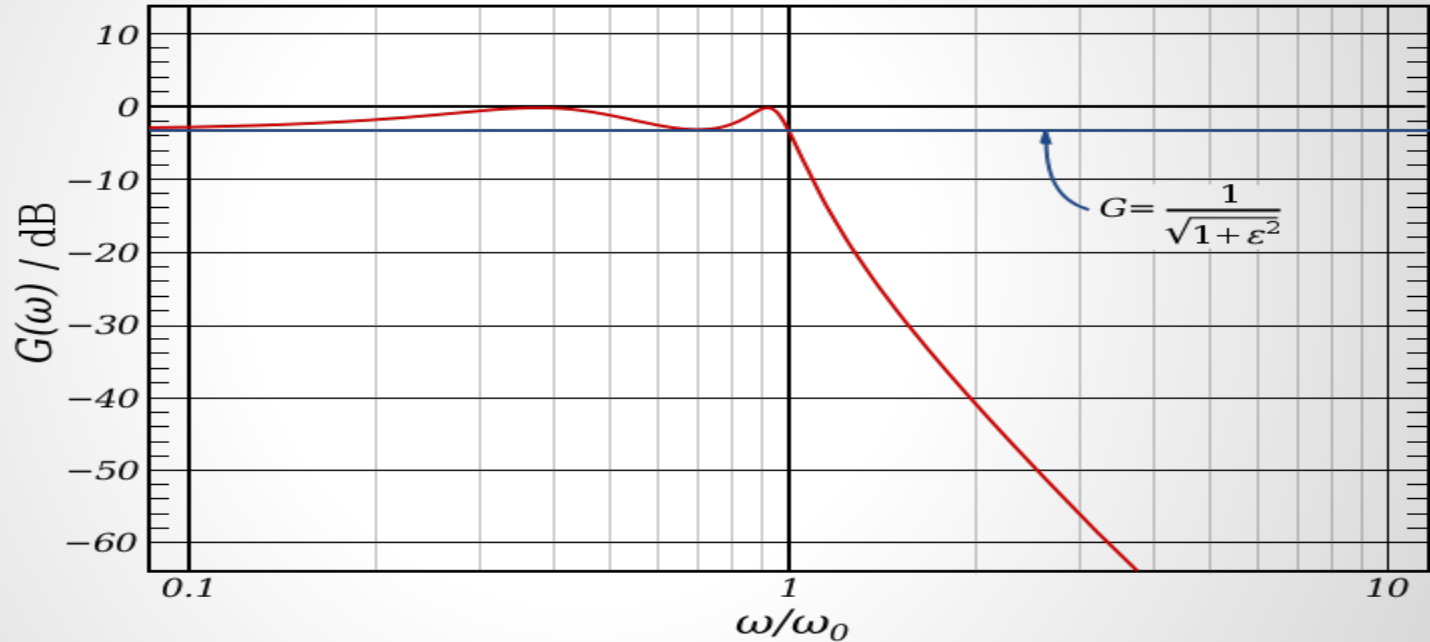


Abb.: Übertragungsfunktion eines Tschebyscheff-Filter 4. Ordnung

# c. Cauer-Filter

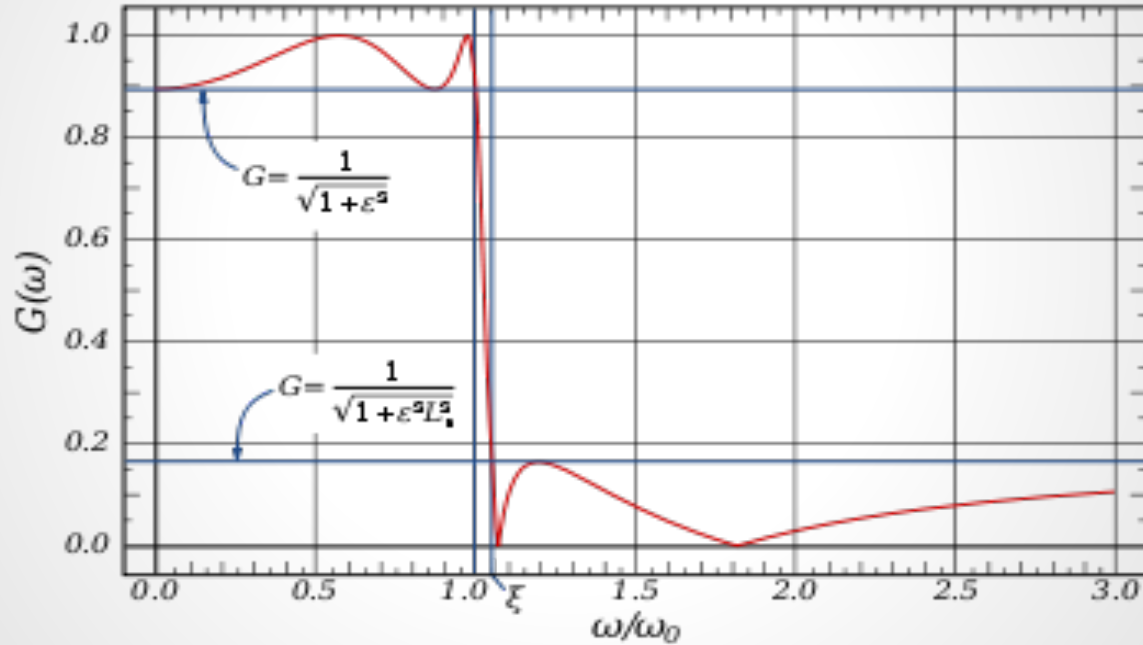


Abb.: Cauer-Filter 4. Ordnung

# d. Vergleich

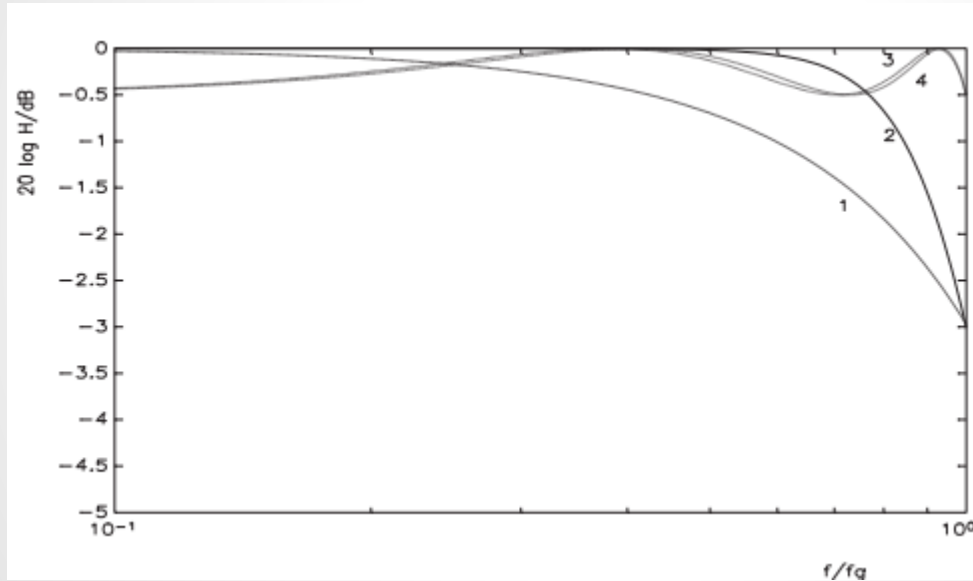


Abb.: Amplitudenfrequenzgang im Durchlassbereich

1. Bessel, 2. Butterworth, 3. Cauer, 4. Tschebyscheff

# d. Vergleich

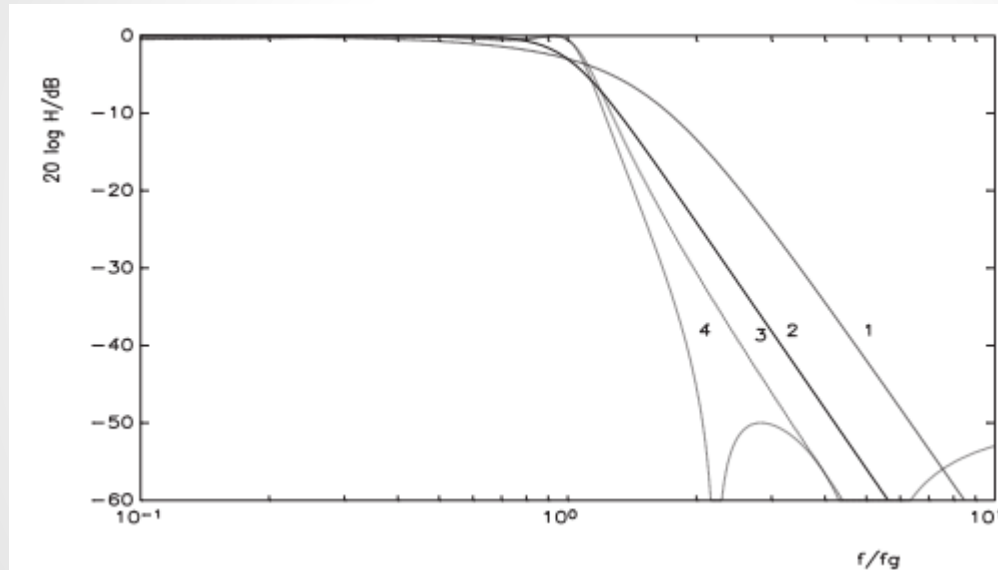


Abb.: Amplitudenfrequenzgang 1.Bessel,2.Butterworth,3.Tsch.,4.Cauer

# d. Vergleich

Optimierung mit Polynomen nach	Amplitudenfrequenzgang
Butterworth	steiler Abfall oberhalb $\omega_g$ flacher Verlauf im Durchlassbereich
Tschebyscheff	sehr steiler Abfall oberhalb $\omega_g$ Welligkeit konstanter Amplitude im Durchlassbereich
Cauer	noch steilerer Abfall oberhalb $\omega_g$ Welligkeit konstanter Amplitude im Durchlass- und im Sperrbereich
Bessel	nicht sehr steiler Abfall oberhalb $\omega_g$ flach abfallender Verlauf im Durchlassbereich

Abb.: Vergleich der Filter

# **3. Aktive Filter**

**A. Aktive Filter erste Ordnung**

**B. Aktive Filter zweite Ordnung(Sallen-Key)**

**C. Universalfilter**



# **A. Aktive Filter erste Ordnung**

**a. Mit nicht-invertierendem OPV**

**b. Mit invertierendem OPV**

**c. Allpass-Filter**

# a. Mit nicht-invertierendem OPV

Übertragungsfunktion:

$$H(s) = K \cdot \frac{1}{1+sRC}, \quad K = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

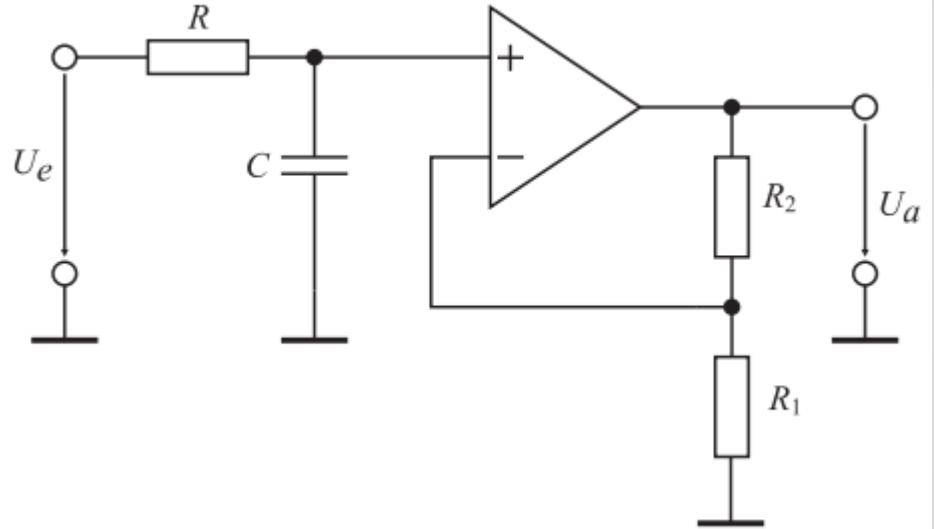


Abb.: einfaches aktives Tiefpassfilter erster Ordnung

# a. Mit nicht-invertierendem OPV

Übertragungsfunktion:

$$H(s) = K \cdot \frac{sRC}{1+sRC}, \quad K = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

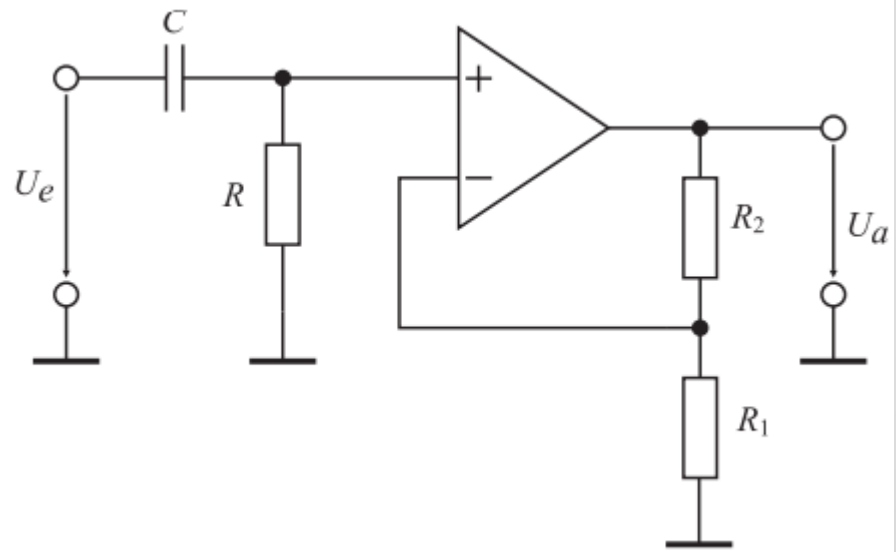


Abb.: einfaches aktives Hochpassfilter erster Ordnung

## b. Mit invertierendem OPV

Übertragungsfunktion:

$$H(s) = -\frac{U_a}{U_e} = -\frac{\frac{1}{sC} \parallel R_2}{R_1}$$

$$H(s) = K \cdot \frac{1}{1 + sR_2C}, \quad K = -\frac{R_2}{R_1}$$

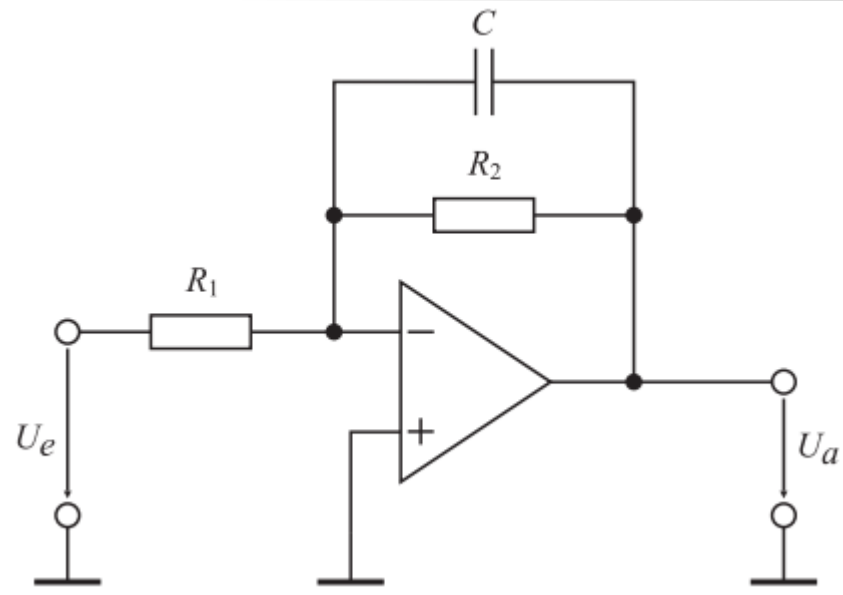


Abb.:invertierendes aktives Tiefpassfilter erster Ordnung

## b. Mit invertierendem OPV

Übertragungsfunktion:

$$H(s) = -\frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{sC}}$$
$$H(s) = K \cdot \frac{sR_1C}{1 + sR_1C}, \quad K = -\frac{R_2}{R_1}$$

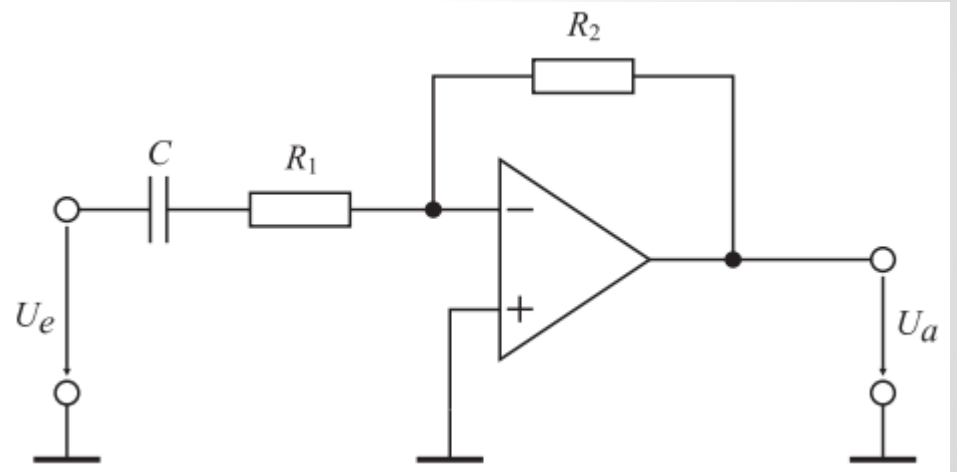


Abb.:invertierendes aktives Hochpassfilter erster Ordnung

# c. Allpassfilter

Übertragungsfunktion:

$$H(s) = \frac{1 - sRC}{1 + sRC}$$
$$|H(s)| = 1$$

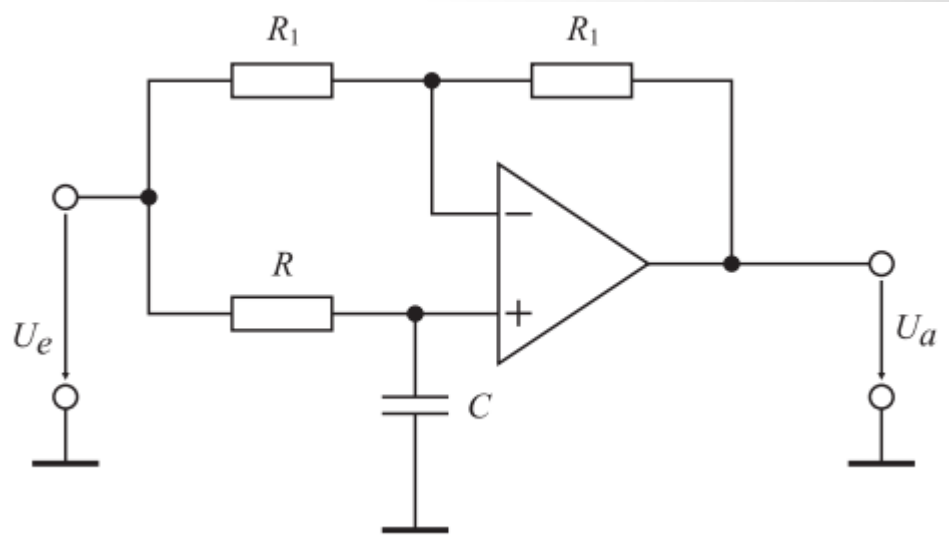


Abb.: Allpassfilter erste Ordnung

# c. Allpassfilter

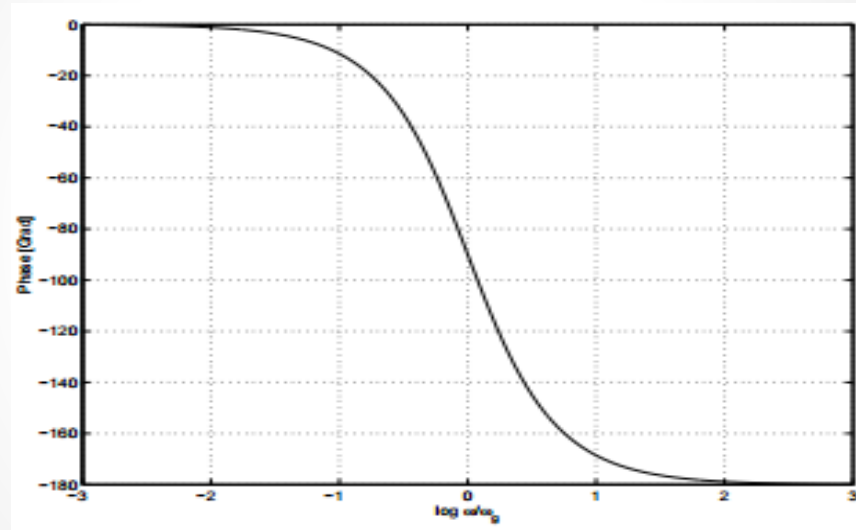


Abb.: Phasengang des Allpassfilters

# B. Sallen-Key-Filter

Übertragungsfunktion:

$$H_{TF}(s) = \frac{K}{1 + s[R_2C_2 + R_1C_2 + R_1C_1(1 - K)] + s^2R_1C_1R_2C_2}$$

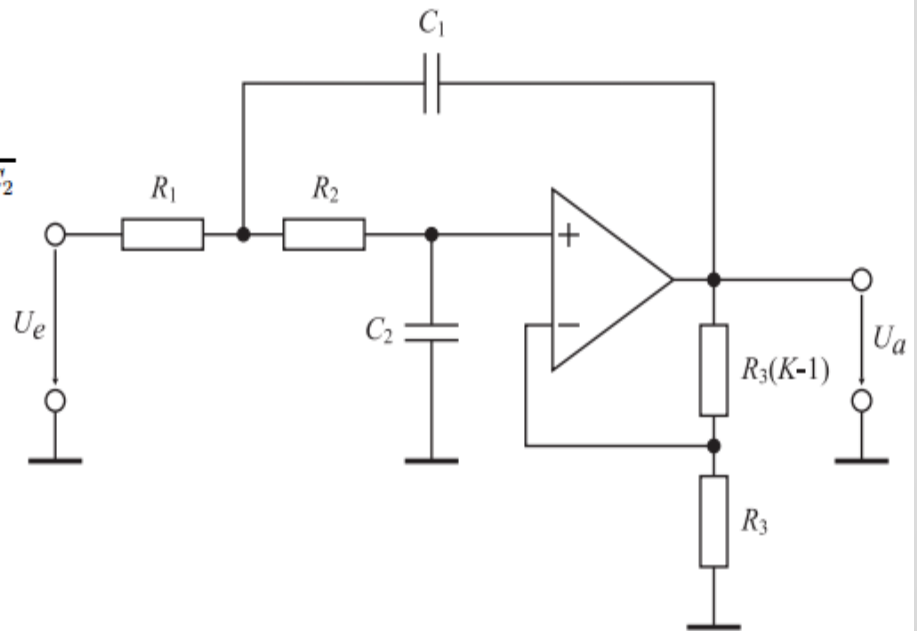


Abb.: Sallen-Key Tiefpassfilter



# C. Universalfilter

Aus dem Struktur des Universalfilter folgt:

$$1. C(s) = H_2(s) \cdot B(s) = -\frac{1}{\tau_2 s} \cdot B(s) \\ \Rightarrow B(s) = -\tau_2 s \cdot C(s)$$

$$2. B(s) = H_1(s) \cdot A(s) = -\frac{1}{\tau_1 s} \cdot A(s) \\ \Rightarrow A(s) = -\tau_1 s \cdot B(s) = s^2 \tau_1 \tau_2 \cdot C(s)$$

$$3. A(s) = X(s) + B(s) - C(s)$$

1. und 2. in 3. eingesetzt ergibt

$$s^2 \tau_1 \tau_2 C(s) = X(s) - \tau_2 s C(s) - C(s) \Rightarrow C(s) [s^2 \tau_1 \tau_2 + s \tau_2 + 1] = X(s)$$

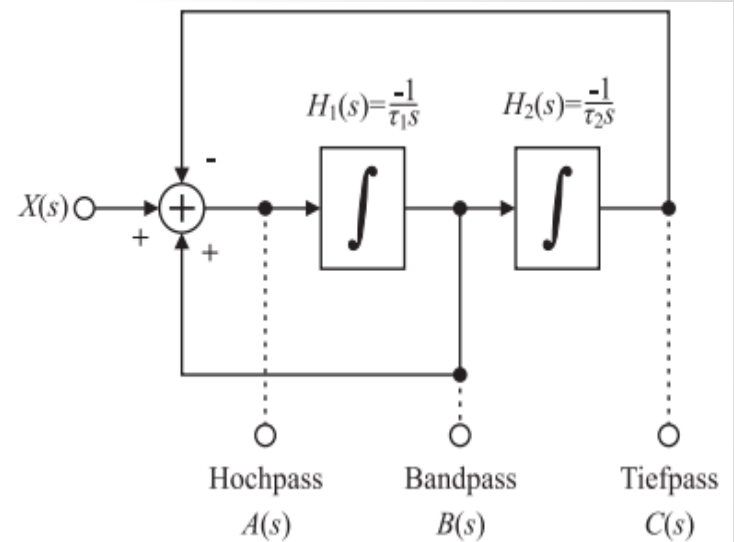


Abb.: Struktur des Universalfilter

# C. Universalfilter

Daraus folgt:

$$1. C(s) = H_2(s) \cdot B(s) = -\frac{1}{\tau_2 s} \cdot B(s) \\ \Rightarrow B(s) = -\tau_2 s \cdot C(s)$$

$$2. B(s) = H_1(s) \cdot A(s) = -\frac{1}{\tau_1 s} \cdot A(s) \\ \Rightarrow A(s) = -\tau_1 s \cdot B(s) = s^2 \tau_1 \tau_2 \cdot C(s)$$

$$3. A(s) = X(s) + B(s) - C(s)$$

1. und 2. in 3. eingesetzt ergibt

$$s^2 \tau_1 \tau_2 C(s) = X(s) - \tau_2 s C(s) - C(s) \Rightarrow C(s) [s^2 \tau_1 \tau_2 + s \tau_2 + 1] = X(s)$$

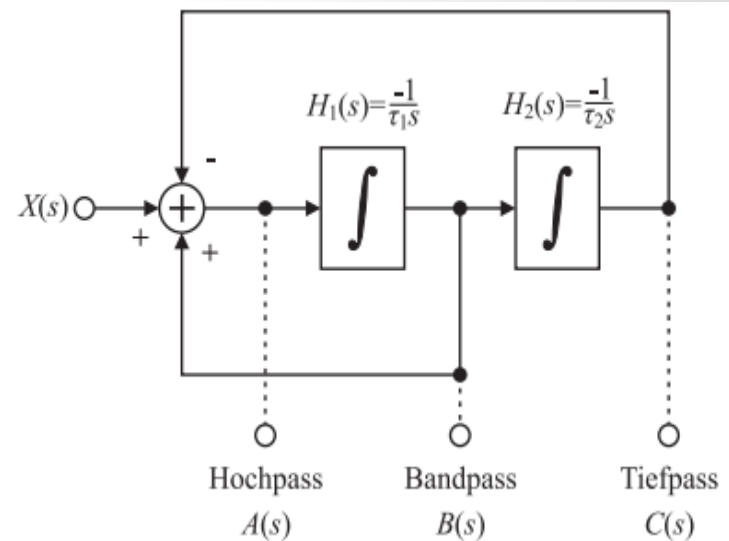


Abb.: Struktur des Universalfilters

# C. Universalfilter

$$\frac{C(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2\tau_1\tau_2 + s\tau_2 + 1} \quad (\text{Tiefpass})$$

$$\frac{B(s)}{X(s)} = \frac{-\tau_2 s \cdot C(s)}{X(s)} = -\frac{s\tau_2}{s^2\tau_1\tau_2 + s\tau_2 + 1} \quad (\text{Bandpass})$$

$$\frac{A(s)}{X(s)} = \frac{s^2\tau_1\tau_2 \cdot C(s)}{X(s)} = \frac{s^2\tau_1\tau_2}{s^2\tau_1\tau_2 + s\tau_2 + 1} \quad (\text{Hochpass})$$

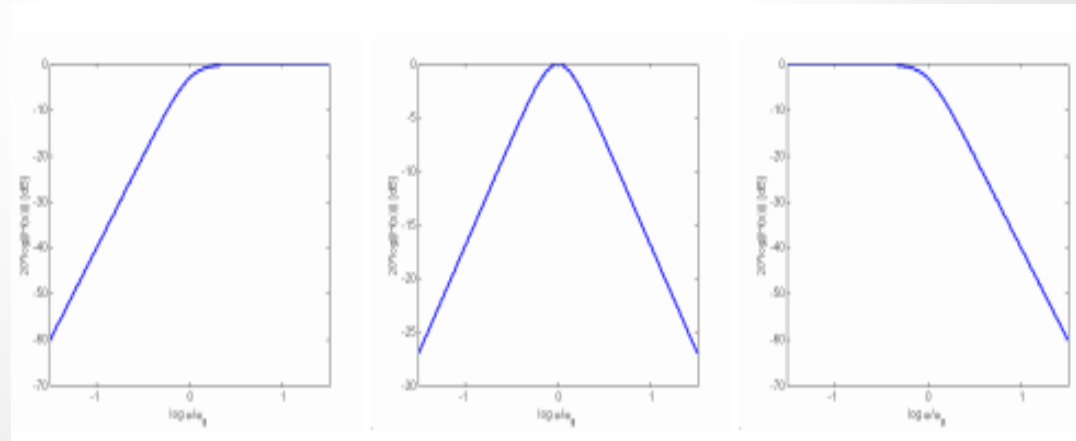


Abb.: Betragsfrequenzgang der Ausgänge des Universalfilters Hochpass, Bandpass, Tiefpass

# 4. Quellen

▪ Skript: Analog-und Digitalelektronik(Prof. Dr.-Ing. Reinhold Orglmeister )

▪ Wikipedia unter folgenden Suchbegriffen:

    .elektrische Filter

    .Aktive und passive Filter

▪ <http://elektronik-kurs.net/elektrotechnik/filtertypen/>

▪ <http://www.krucker.ch/skripten-uebungen/EL1-2/EL-Kap3%20Filter.pdf>

▪ <http://uksph-s5.physik.uni-kiel.de/edu/praktika/aprakt/teil-2/filter.pdf>

**Fragen?**